

**ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД УКООПСІЛКИ  
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»  
Інститут економіки, управління та інформаційних технологій**

**Економічної кібернетики, бізнес-економіки та інформаційних систем**

Форма навчання денна

Допускається до захисту  
Завідувач кафедри д.е.н., професор  
Рогоза М. Є. \_\_\_\_\_  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ р.

**ДИПЛОМНА РОБОТА**

*на тему:*

**«Управління портфелем інвестицій підприємства»**

*зі спеціальності 051 Економіка  
освітньої програми «Економічна кібернетика»*

**Виконавець роботи** Амбарцумян Артем Рубікович

\_\_\_\_\_  
(підпис, дата)

**Науковий керівник** к. ф. – м. н., професор  
Ємець Єлизавета Михайлівна

\_\_\_\_\_  
(підпис, дата)

Полтава 2019

## ВСТУП

У процесі інвестиційної діяльності інвестор неминує стикається з ситуацією вибору об'єктів інвестування з різними інвестиційними характеристиками для найбільш повного досягнення поставлених перед собою цілей. Більшість інвесторів при розміщенні коштів вибирають кілька об'єктів інвестування, формуючи таким чином їх певну сукупність. Цілеспрямований підбір таких об'єктів являє собою процес формування інвестиційного портфеля.

Основне завдання портфельного інвестування - поліпшити умови інвестування, додавши сукупності цінних паперів такі інвестиційні характеристики, які недосяжні з позиції окремо взятого цінного паперу, і можливі тільки при їх комбінації.

Тільки в процесі формування портфеля досягається нова інвестиційна якість із заданими характеристиками. Таким чином, портфель цінних паперів є тим інструментом, за допомогою якого інвестору забезпечується необхідна стійкість доходу при мінімальному ризику.

*Актуальність роботи* полягає в тому, що в наш час сучасні методи оптимізації витрат мають бути гнучкими, простими у використанні, надавати в оперативному порядку необхідну для прийняття управлінських рішень інформацію. При цьому оперативність інформації є дуже важливим аспектом, оскільки своєчасний вплив на рівень виробничих витрат і формування собівартості продукції можливий тільки при такій організації обліку, при якій причини змін собівартості, допущення перевитрат і отримання економії розкриваються не тільки шляхом аналізу звітних калькуляцій, але й у процесі господарської діяльності на підставі первинної документації та поточних облікових записів.

*Мета роботи* - забезпечення реалізації інвестиційної стратегії підприємства шляхом відбору найбільш ефективних і безпечних інвестиційних проектів і фінансових інструментів.

*Завдання дослідження:*

- дослідити поняття інвестиційного портфелю підприємства та його формування;
- розглянути методи управління ризиками;
- вивчити етапи формування інвестиційного портфеля;
- дослідити економіко-математичний інструментарій інноваційної діяльності підприємства;
- здійснити огляд задач вибору портфеля цінних паперів та їх моделей;
- застосувати один з розглянутих методів до розв’язування задачі вибору портфеля цінних паперів
- створити програму для розв’язування задачі знаходження середнього очікуваного доходу при мінімальному ризику обраним методом;
- проілюструвати роботу програми на основі реальних статистичних даних

*Об’єкт дослідження.* Процес аналізу формування оптимального портфелю інноваційних проектів з використанням наближених методів моделювання

*Предмет дослідження.* Аналіз економічної ефективності економічних проектів та оптимального портфелю із врахуванням оптимізації

*Методами дослідження є* економіко-математичні моделі, методи математичного аналізу, фінансового аналізу.

*Практичне значення* одержаних результатів полягає у розробці програми та практичних рекомендацій щодо оптимізації підприємством портфелю інвестиційних проектів.

*Структура роботи.* Магістерська робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел, що налічує 14 найменувань та додатків. Обсяг основного тексту роботи становить 85 сторінок, містить 11 таблиць та 16 рисунків.

## РОЗДІЛ 1

### ПОНЯТТЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЮ ПІДПРИЄМСТВА

#### 1.1 Методи управління ризиками

У реальних господарських ситуаціях, в умовах дії різноманітних факторів ризику можуть використовуватися різні способи зниження рівня ризику, що впливають на ті або інші сторони діяльності підприємства. Різноманіття застосовуваних у господарській практиці промислових підприємств методів управління ризиком можна розділити на чотири типи:

- методи відхилення від ризику;
- методи локалізації ризику;
- методи дисипації ризику;
- методи компенсації ризику.

Для обґрунтованого вибору адекватного методу управління ризиком розглянемо докладніше методи кожного з виділених типів.

Методи ухилення від ризику найпоширеніші в господарській практиці. Цими методами користуються підприємці, що воліють діяти не ризикуючи. Керівники цього типу відмовляються від послуг ненадійних партнерів, прагнуть працювати тільки з тими контрагентами, хто переконливо підтвердив свою надійність – споживачами і постачальниками, намагаються не розширювати коло партнерів тощо. Щоб уникнути від ризику зриву виробничої програми через порушення графіків поставок сировини, матеріалів і комплектуючих, підприємства відмовляються від послуг сумнівних або невідомих постачальників.

Господарюючі суб'єкти, що дотримуються тактики "ухилення від ризику", відмовляються від інноваційних і інших проектів, впевненість у здійсненності або ефективності яких викликає хоча б найменші сумніви. Так, банки, що дотримуються "безризикових стратегій", видають кредити тільки

під конкретне забезпечення, тобто під заставу нерухомості або високоліквідного товару тощо.

Інші можливості ухилення від ризику полягають у спробі перенести ризик на яку-небудь третю особу. Із цією метою вдаються до страхування своїх дій або до пошуку "гарантів", повністю перекладаючи на них свій ризик. Страхування ймовірних втрат служить не тільки надійним захистом від невдалих рішень, що саме по собі дуже важливо, але також підвищує відповідальність керівників підприємств, примушуючи їх серйозніше ставитися до розробки та прийняття рішень, регулярно проводити превентивні захисні заходи у відповідності зі страховим контрактом [7].

У більш широкому плані підприємство може навіть виступити з ініціативою створення регіональної системи страхування фінансово-господарчих угод і відповідної системи перестрахування тощо.

Разом з тим варто відзначити, що такі популярні механізми ухилення від ризику як страхування незастосовні в багатьох ситуаціях, з якими зустрічаються виробничі підприємства. Це, насамперед, характерно для підприємств, що освоюють нові види продукції або нові технології, оскільки для таких випадків страхові компанії ще не мають у своєму розпорядженні статистичних даних, необхідних для проведення актуарних розрахунків, і тому не страхують ці види ризиків. Тому вибір дій для зниження ризику слід починати із з'ясування, чи є даний фактор ризику предметом страхування чи ні. При нестрахованому ризику слід звернутися до розгляду інших методів нейтралізації ризику.

Метод "пошуку гаранта" використовується як дрібними, так і великими підприємствами. Тільки функції гаранта для них виконують різні суб'єкти: перші "просяться під крило" до великих компаній (наприклад, банків, страхових компаній, асоціацій, фондів тощо), другі – до органів державного управління. При цьому, однак, виникає питання, чим можна оплатити таку захищеність від ризикованих ситуацій. Загальної відповіді, очевидно, немає, проте принцип рівної взаємної корисності повинен бути

дотриманий. Бажаного гаранта можна зацікавити унікальними послугами, політичною підтримкою, безвідмовною добрідійністю тощо. Але, як і в інших випадках, важливо зіставити плату і вигоди, що й здобуваються. А це вимагає структуризації й конкретного аналізу ситуації, розробки, оцінки й зіставлення варіантів знаходження надійності функціонування підприємства.

Методи локалізації ризику використовують у тих порівняно рідких випадках, коли вдається досить чітко й конкретно вичленувати й ідентифікувати джерела ризику. Виділивши економічно найнебезпечніший етап або ділянку діяльності, можна зробити його контрольованим і в такий спосіб знизити рівень фінального ризику підприємства. Подібні методи давно застосовують багато великих виробничих компаній, наприклад, при впровадженні інноваційних проектів, освоєнні нових видів продукції, комерційний успіх яких викликає великі сумніви. Як правило, це такі види продукції, для освоєння яких потрібні інтенсивні й дорогі НДДКР або використання новітніх наукових досягнень. Для реалізації таких високоризикових проектів створюють дочірні, так звані венчурні (ризкові) підприємства. Найбільш ризикова частина проекту при цьому локалізується в межах знову створеної й порівняно невеликої автономної фірми; у той же час зберігаються умови для ефективного підключення наукового й технічного потенціалів "материнської" компанії.

У менш складних випадках можна замість самостійної юридичної особи створювати в структурі підприємства спеціальний підрозділ, наприклад з виділеним обліком та балансом.

Методи дисипації (розподілу) ризику являють собою більш гнучкі інструменти управління. Один з основних методів дисипації полягає в розподілі загального ризику шляхом об'єднання (з різним ступенем інтеграції) з іншими учасниками, зацікавленими в успіху спільної справи. Підприємство має можливість зменшити рівень власного ризику, залучаючи до вирішення загальних проблем у якості партнерів інші підприємства й навіть фізичні особи. Для цього можуть створюватися акціонерні товариства,

фінансово-промислові групи; підприємства можуть придбати акції один одного або обмінюватися ними, вступати в різні консорціуми, асоціації, концерни. Інтеграція може бути або вертикальною (або діагональною) – об'єднання декількох підприємств одного підпорядкування або однієї галузі для проведення погодженої цінової політики, для поділу зон господарювання, для спільних дій проти "піратства" тощо, або горизонтальною – за послідовністю технологічних переділів, операцій постачання й збуту. При цьому досягається додатковий ефект, що полягає в тому, що на "входах" і "виходах" підприємства створюються острівці передбачуваного товарного ринку, надійного довгочасного попиту й таких же поставок виробів, необхідних для виробництва [9].

В деяких випадках буває можливим розподіл загального ризику за часом або за етапами реалізації деякого довгострокового проекту або стратегічного рішення.

До цієї ж групи методів управління ризиком належать різні варіанти диверсифікованості:

- диверсифікація діяльності, як збільшення числа використовуваних або готових до використання технологій, розширення асортименту продукції чи спектру надаваних послуг, орієнтація на різні соціальні групи споживачів, на підприємства різних регіонів тощо – достатньо добре вивчений в теорії спосіб зниження ризику, отримання економічної усталеності й самостійності;

- диверсифікація ринку збуту, тобто робота одночасно на декількох товарних ринках, коли невдача на одному з них може бути компенсована успіхами на інших; розподіл поставок між багатьма споживачами, при цьому бажано прагнути до рівномірного розподілу часток кожного контрагента в загальному обсязі випуску, аби відмова декількох з них не зірвав виробничо-збутову програму в цілому;

- диверсифікація закупок сировини і матеріалів передбачає взаємодію з багатьма постачальниками і дозволяє послабити залежність від його "оточення", від ненадійності окремих постачальників сировини,

матеріалів і комплектуючих; при порушенні контрагентом графіка поставок із самих різних, в тому числі й об'єктивних, причин (аварії, банкрутство, форс-мажорні обставини тощо) підприємство зможе безболісно переключитися на роботу з іншим постачальником того ж або аналогічного продукту.

Природньо, такі методи зм'якшення наслідків ризику ускладнюють роботу відділів матеріально-технічного постачання й збуту та швидше за все викличуть їх явний або прихований опір. Саме тому, керівництво підприємства, використовуючи методи дисипації ризику з метою підтримки своєї економічної стабільності, повинне систематично контролювати такі показники, як кількість партнерів і частка кожного з них у загальному обсязі закупівель і поставок даного підприємства, стимулюючи постійне розширення кола партнерів і рівномірність розподілу обсягів матеріальних потоків між ними й підприємством.

При формуванні інвестиційного портфеля підприємства (відповідно до методів дисипації ризику) рекомендується віддавати перевагу програмам реалізації декількох проектів невеликої капіталомісткості перед програмами, що складаються з єдиного інвестиційного проекту, який, поглинувши практично всі резерви підприємства, не залишить можливостей для маневру. Такий метод управління ризиком можна назвати диверсифікованістю інвестицій.

Якщо ж підприємство все-таки змушено вести роботи з реалізації одного великого й довгострокового проекту разом з одним-двома партнерами, то для зменшення небезпеки невдачі бажано розподілити й розосередити ризик, про що вже говорилося вище. В цьому випадку необхідно простежити за тим, щоб при розподілі робіт проводилося чітке розмежування (наприклад, у багатосторонньому договорі) сфер дій і відповідальності кожного учасника, були ретельно описані й погоджені "стики", тобто умови переходу робіт і відповідальності від одного учасника



до іншого. Неодмінною вимогою повинна бути відсутність етапів, операцій або робіт з розмитою або неоднозначною відповідальністю [11].

Нарешті, необхідно чітко юридично закріпити відповідальність за виконання окремих частин проекту за певними виконавцями. В деякому змісті цей метод є природним розвитком методу "локалізації ризику". В такий же спосіб доцільно розподіляти й фіксувати ризик за часом виконання довгострокового проекту або господарського заходу. Це помітно поліпшує відстеження і контрольованість процесу реалізації стратегії або проекту й дозволяє при необхідності по ходу робіт порівняно легко коректувати свої впливи, управляючи фінальним рівнем ризику.

Аналогічні диверсифіковані прийоми зниження ризику можливі й стосовно до інших напрямків діяльності або елементів стратегії підприємства.

Методи компенсації ризику – ще один напрямок боротьби з різними загрозливими ситуаціями, пов'язані зі створенням механізмів попередження небезпеки. За видом впливу ці методи відносять до попереджувальних (застережних) методів управління (у теорії автоматичного управління цьому відповідає термін "управління за збуреннями"). На жаль, ці методи, як правило, більш трудомісткі, вимагають великої попередньої аналітичної роботи, від повноти й старанності якої залежить ефективність їх застосування.

До найбільш ефективних методів цього типу належить використання в діяльності підприємства стратегічного планування.

Як засіб компенсації ризику стратегічне планування дає ефект у тому випадку, якщо процес розробки стратегії пронизує буквально всі сфери діяльності підприємства. Повномасштабні роботи зі стратегічного планування, яким зазвичай передують вивчення потенціалу підприємства, можуть зняти більшу частину невизначеності, дозволяють вгадати появу вузьких місць у виробничому циклі, попередити ослаблення позицій підприємства у своєму секторі ринку, заздалегідь ідентифікувати

специфічний профіль факторів ризику даного підприємства, а отже, завчасно розробити комплекс компенсаційних заходів, план використання й підключення резервів.

Різновидом цього методу можна вважати прогнозування зовнішньої економічної обстановки. Суть цього методу полягає в періодичній розробці сценаріїв розвитку й оцінці майбутнього стану середовища господарювання для даного підприємства, в прогнозуванні поведінки можливих партнерів або дій конкурентів, змін у секторах і сегментах ринку, на яких підприємство виступає продавцем або покупцем і, нарешті, у регіональному і загальноекономічному прогнозуванні.

Зрозуміло, ці прогнози немислимі без відстеження поточної інформації про відповідні процеси. Тому назвемо ще один важливий і ефективний метод – "моніторинг соціально-економічного й нормативно-правового середовища". Істотною підмогою тут може стати інформатизація підприємства – придбання актуалізованих комп'ютерних систем правової й нормативно-довідкової інформації, підключення до мереж комерційної інформації, наприклад, за допомогою мережі Інтернет, проведення власних прогнозно-аналітичних досліджень, замовлення відповідних послуг консультаційних фірм і окремих консультантів тощо. Отримані в результаті дані дозволяють уловити нові тенденції у взаєминах господарюючих суб'єктів, завчасно підготуватися до нормативних нововведень, передбачити необхідні заходи для компенсації втрат від зміни правил ведення господарської діяльності, "на ходу" скорегувати тактичні й стратегічні плани.

Метод "створення системи резервів" дуже близький до страхування, але зосередженому в межах самого підприємства. В цьому випадку на підприємстві створюються страхові запаси сировини, матеріалів і комплектуючих, резервні фонди коштів, формуються плани їх розгортання в кризових ситуаціях, не задіюються вільні потужності, встановлюються про запас нові контакти й зв'язки.

Треба відзначити, що в цей час виявляється явна перевага фінансовим резервам, які можуть виступати у формі нагромадження власних грошових страхових фондів, підготовки "гарячих" кредитних ліній на випадок непередбачених витрат, використання застав тощо. Отже, для підприємства актуальними стають опрацювання фінансової стратегії, політики управління своїми активами й пасивами, організація їх оптимальної структури й забезпечення достатньої ліквідності вкладених коштів.

У планах розгортання резервів повинне бути задіяне й використання резервів внутрішнього середовища підприємства, можливостей його самовдосконалення – від навчання й тренінгу персоналу відповідно до його схильності до ризику до створення специфічної корпоративної культури. Керівники підприємства повинні з'ясувати власний психологічний тип і, якщо він не відповідає вимогам роботи в умовах невизначеності й ризику, постаратися змінити його. Для цього є апробовані методики й підходи, є й фірми, що спеціалізуються на вирішенні такого роду завдань. Якщо керівник змінює ставлення до ризику, то вже одне це може стати фактором вивільнення внутрішніх ресурсів керівного (та й не тільки) персоналу, що підвищують успішність роботи підприємства [9].

Підприємство, що вирішило реалізувати в якості засобів боротьби з ризиком метод активного цілеспрямованого маркетингу, повинне "агресивно" формувати попит на свою продукцію. Для цього використовуються різні маркетингові методи й прийоми, а саме:

- сегментація ринку, оцінка його ємності;
- організація рекламної кампанії, включаючи всебічне інформування потенційних споживачів і інвесторів про найбільш сприятливі властивості продукції й підприємства в цілому;
- аналіз поведінки конкурентів;
- опрацювання стратегії конкурентної боротьби;
- розробка політики й заходів управління витратами тощо.

## **1.2 Поняття інвестиційного портфелю та його формування**

Інвестиційний портфель — цілеспрямовано підібрана група об'єктів реального і фінансового інвестування, призначених для здійснення інвестиційної діяльності згідно з розробленою інвестиційною стратегією.

Як правило, інвестори мають справу не з одиничними незалежними інвестиціями, а з комплексом різних інвестиційних проектів, що пов'язано з бажанням вкладника уникнути можливих збитків через локальні несприятливі економічні умови у тій сфері, яка була обрана об'єктом інвестиційного процесу. Отже, інвестор вважає за краще розсіяти ризик шляхом створення інвестиційного портфелю. ФП можуть працювати як з розгорнутим інвестиційним портфелем, що охоплює всі види інвестицій (змішаний портфель), так і з окремими інвестиційними проектами, які формують специфічні інвестиційні портфелі (реальних та фінансових інвестицій). Кожний з портфелів коригується з часом і зміною економічних умов. Формування окремих портфелів та інвестиційних портфелів кожного ФП повинно здійснюватися згідно зі стратегією, метою і принципами його функціонування.

Головною метою розробки інвестиційного портфелю є робота з найбезпечнішими і найефективнішими проектами. Завдання формування ефективного інвестиційного портфелю. ФП може вирішуватися багатьма методами, серед яких — методи математичного програмування. Базовий принцип такого формування портфеля — максимізація цільової функції, яка являє собою суму поточних грошових надходжень.

Іншим підходом до розробки інвестиційної стратегії ФП є модель переважного стану, яка розглядається як узагальнення методу поточної вартості в умовах невизначеності, що передбачає існування кількох варіантів можливих грошових потоків на майбутні періоди. Складність визначення єдиного варіанта сценарію наступних грошових потоків полягає у тому, що

завжди існує кілька імовірних майбутніх варіантів зміни ринку. Для вирішення цієї проблеми будується дерево грошових потоків за кожним з можливих сценаріїв розвитку подій. Ці потоки коригуються з урахуванням факторів часу та ризику.

Основною складністю методу є отримання коефіцієнтів поточної вартості з поправкою на ризик за умов відсутності досконалих ринків і оцінки грошових потоків для кожного стану.

Отже, моделлю переважного стану передбачено, що інвестор визначив для себе можливість настання певних подій, поточну вартість грошей, які будуть отримані в кожній з подій, майбутні грошові потоки за кожним з варіантів. Більш практичною є теорія ціни акцій, яка має назву «модель оцінки капітальних активів» (GAPM) і може розглядатися як окремий випадок моделі переважного стану. У моделі GAPM для визначення вартості активів необхідно визначити очікуваний дохід і коефіцієнт «бета», який характеризує ступінь систематичного ризику. Модель розрахована на один період, оскільки не розглядає зміну ризику і дохід з плином часу і передбачає, що інвестора цікавить тільки майбутній дохід і середньоквадратичне відхилення (дисперсія) результатів — доходів від портфеля.

У цьому й полягає недолік теорії, бо вона ігнорує інші характеристики майбутніх доходів, пов'язані з імовірністю подій. Принципи моделі GAPM базуються на розробленій Г. Марковіцем теорії портфеля, в основу якої покладено припущення, що більшість інвесторів прагне досягти найбільших доходів, але не може собі дозволити високий ризик, тому балансує між дохідністю і ризикованістю, намагаючись мінімізувати ризик шляхом диверсифікації інвестиційного портфелю. У моделі оцінки капітальних активів мається на увазі, що інвестори приймають рішення, що стосуються портфелів цінних паперів у цілому, а параметри окремого цінного паперу розглядаються лише з точки зору їх впливу на весь інвестиційний портфель. З метою виявлення наслідків включення цінного паперу в портфель

необхідно визначити доходність паперу, дисперсію доходності та її коваріацію з доходністю інших цінних паперів. Процес управління інвестиціями потребує виважених дій інвестиційного менеджера або інвестора, який за допомогою розроблених світовою економічною теорією і практикою положень, моделей та методів аналізує інвестиційні проекти і формує інвестиційну політику свого підприємства, приймаючи найефективніші з них.

Сьогодні вітчизняні ФП через недосконалість податкового законодавства, жорсткі обмеження рівня цін на ЛП, незначні обсяги власних інвестиційних ресурсів не використовують таке джерело фінансування, як придбання коротко- та довгострокових фінансових інструментів. Інвестиційний портфель ФП в основному складається з реальних інвестиційних проектів з розробки та упровадження генеричних препаратів і технічного переозброєння об'єктів відповідно до вимог GMP. У зв'язку з важливістю проблем фінансування галузі, необхідністю зміцнення конкурентних позицій для збереження внутрішнього фармацевтичного ринку тощо актуальність питань оптимізації і розширення інвестиційного портфелю. ФП постійно підвищується [8].

У процесі інвестиційної діяльності інвестор стикається з ситуацією вибору об'єктів інвестування з різними інвестиційними характеристиками для найбільш повного досягнення поставлених цілей. Сучасна інвестиційна діяльність безпосередньо пов'язана з так званою портфельною теорією. Вона ґрунтується на тому, що більшість інвесторів обирають для своєї інвестиційної діяльності кілька об'єктів реального чи фінансового інвестування, тобто формують певну їх сукупність (інвестиційний портфель).

Інвестиційний портфель - це цілеспрямовано сформована сукупність об'єктів реального і фінансового інвестування, призначених для здійснення інвестиційної діяльності у відповідності з розробленою інвестиційною стратегією підприємства. Основна мета формування такого портфелю - забезпечення реалізації розробленої інвестиційної політики шляхом підбору

найбільш ефективних і надійних інвестиційних вкладень. У процесі формування портфеля шляхом комбінування інвестиційних активів досягається нова інвестиційна якість: забезпечується необхідний рівень доходу при заданому рівні ризику. Залежно від спрямованості обраної інвестиційної політики та особливостей здійснення інвестиційної діяльності визначається система специфічних цілей. При формуванні будь-якого інвестиційного портфеля інвестор ставить певні цілі:

- досягнення необхідного рівня прибутковості;
- приріст капіталу;
- мінімізація інвестиційних ризиків;
- підтримання ліквідності інвестиційних коштів на прийнятному для інвестора рівні [11].

Облік пріоритетних цілей при формуванні інвестиційного портфеля лежить в основі визначення відповідних нормативних показників, службовців критерієм при відборі вкладень для інвестиційного портфеля і при його оцінці. В залежності від прийнятих пріоритетів інвестор може встановити в якості такого критерію граничні значення приросту капітальної вартості, доходу, рівня допустимих інвестиційних ризиків, ліквідності. У складі інвестиційного портфеля можуть поєднуватися об'єкти з різними інвестиційними якість, що дозволяє отримати достатній сукупний дохід при збереженні ризику за окремими об'єктами вкладень.

Основною метою інвестиційної діяльності на підприємстві, так само як і формування інвестиційного портфеля є забезпечення реалізації інвестиційної стратегії. Якщо інвестиційна стратегія підприємства спрямована на збільшення обсягів виробництва та реалізації продукції, тобто на розширення діяльності, то основні інвестиції будуть вкладені в інвестиційні проекти або в активи, пов'язані з виробництвом, а решта - в інші об'єкти (в цінні папери або банківські вклади) і будуть носити по відношенню до перших підлеглий характер, що позначиться на термінах і обсягах розміщення.

При сформувати інвестиційного портфеля, також як і при здійсненні інвестиційної діяльності, інвестор очікує прибуток, діючи в рамках відповідну для нею ризику. Його дохід може мати не тільки форму поточних виплат або прибутку від реалізації інвестиційних проектів, одержуваних з відомим ступенем регулярності і визначеності у встановлені проміжки часу, але і у вигляді приросту вартості придбаних активів [9].

Досягнення конкретного рівня прибутковості передбачає отримання регулярного доходу в поточному періоді, як правило, із заздалегідь установленою періодичністю. Це можуть бути виплати відсотків по банківським депозитним вкладам, плановані доходи від експлуатації об'єктів реального інвестування, дивіденди і відсотки, отримані по акціях і облігаціях. Отримання поточного доходу впливає на платоспроможність компанії та приймається в розрахунок при плануванні грошових потоків. Дана мета є основною при формуванні портфеля, особливо в ситуації короткострокового розміщення коштів.

Приріст капіталу забезпечується при інвестуванні коштів в об'єкти, які характеризуються збільшенням їх вартості у часі. Це справедливо для акцій молодих компаній-емітентів, особливо інноваційної спрямованості, по мірі розширення діяльності яких очікується значне зростання цін на їх акції, а також для об'єктів нерухомості. Саме приріст вартості і забезпечує інвестору отримання доходу. Такого роду інвестиції припускають більш тривалий період розміщення коштів і, як правило, відносяться до довгострокових

Мінімізація інвестиційних ризиків, або безпеку інвестицій, означає невразливість інвестицій від потрясінь на ринку інвестиційного капіталу і стабільність одержання доходу. Підбір об'єктів, по яких найбільш вірогідні повернення капіталу і отримання планованого доходу, дозволяє досягти бажаної мети.

Однак мінімізація ризиків не означає повного усунення ймовірності негативних наслідків, вона лише сприяє досягненню їх допустимого рівня



при забезпеченні прибутковості, необхідної інвестору. Вона багато в чому залежить від ставлення інвестора до ризику.

Забезпечення достатньої ліквідності інвестованих коштів припускає можливість швидкого і беззбиткового звернення інвестицій в готівкові гроші або можливість їх швидкої реалізації. Ця мета не обов'язково пов'язана з попередніми, вона найбільш досяжна при розміщенні коштів у фінансові активи, що користуються стійким попитом на фондовому ринку. Як правило, це акції й облігації відомих компаній а також державні цінні папери.

Разом з тим жодна з інвестиційних цінностей не володіє всіма перерахованими властивостями в сукупності, що обумовлює альтернативність цілей формування інвестиційної портфеля. Так, безпека звичайно досягається на шкоду високої прибутковості та зростання вкладень. У світовій практиці безпечними (низькоризиковими) вважаються боргові зобов'язання уряду, проте дохід по них рідко перевищує середньоринковий рівень і, як правило, істотного приросту вкладень не відбувається. Цінні папери інших емітентів, реальні інвестиційні проекти, здатні принести інвестору більший дохід, але існує підвищений ризик з точки зору повернення коштів і отримання доходу. Інвестиційні об'єкти, які передбачають приріст вкладень, як правило, є найменш ліквідними - мінімальної ліквідністю володіє нерухомість [10].

Враховуючи альтернативність інвестиційних цілей, що неможливо досягти їх одночасного досягнення. Тому інвестор повинен встановити пріоритет певної мети по відношенню до іншої при формуванні свого портфеля

Розходження цілей формування інвестиційних портфелів, видів включаються в них об'єктів інвестування та інших умов визначає різноманіття варіантів спрямованості і складу портфелів в різних компаніях. Їх можна класифікувати за різними критеріями.

Класифікація інвестиційних портфелів за видами включаються в них об'єктів інвестування пов'язана насамперед зі спрямованістю і обсягом інвестиційної діяльності компанії.

Портфель реальних інвестиційних проектів формується інвесторами, що здійснюють виробничу діяльність, і включає об'єкти реального інвестування всіх видів. Формування і реалізація портфеля цих проектів забезпечують високі темпи розвитку цих підприємств, створення додаткових робочих місць, формування високого іміджу і певну державну підтримку інвестиційної діяльності. У той же час порівняно з іншими видами інвестиційних портфелів портфель реальних інвестиційних проектів зазвичай найбільш капіталомісткий, більш ризиковий з-за тривалості реалізації, а також найбільш складний і трудомісткий у виконанні. Це обумовлює високий рівень вимог до його формування, ретельність відбору кожного включається в нього інвестиційного проекту.

Портфель цінних паперів містить певну сукупність цінних паперів. Порівняно з портфелем реальних інвестицій він володіє більш високою ліквідністю, легко керований. Разом з тим цей портфель відрізняють:

- високий рівень ризику, який поширюється не тільки на доход, але і на весь інвестований капітал;
- більш низький рівень прибутковості;
- відсутність можливостей реального впливу на прибутковість, крім можливості реінвестування в інші інструменти фондового ринку;
- низька інфляційна захищеність;
- обмеженість варіантів наборів фінансових інструментів.

Портфель інших об'єктів інвестування доповнює, як правило, інвестиційний портфель окремих компаній. Це може бути валютний портфель, депозитний портфель.

Змішаний інвестиційний портфель одночасно включає різноманітні об'єкти інвестування, перераховані вище.

Класифікація інвестиційних портфелів по пріоритетним цілям інвестування пов'язана насамперед з реалізацією інвестиційної стратегії підприємства і певною мірою з позицією її керівництва в управлінні інвестиціями.

Портфель зростання формується з метою приросту капітальної вартості портфеля разом з отриманням дивідендів і складається переважно з об'єктів інвестування, котрі забезпечують досягнення високих темпів зростання капіталу, але в цьому випадку високий рівень ризику. Пов'язано це з тим, що купуються високоприбуткові цінні папери нових прогресивних підприємств.

Портфель доходу орієнтований на отримання поточного доходу - відсоткових і дивідендних виплат. Він складається в основному з об'єктів інвестування, які забезпечують отримання доходів у поточному періоді. Як правило, це акції, які характеризуються великими дивідендами і помірним зростанням курсової вартості і облігації. Цей портфель зазвичай формується за рахунок об'єктів інвестування, що сприяють отриманню високих темпів зростання доходу на вкладений капітал.

Консервативний портфель включає в основному об'єкти інвестування з середніми значеннями рівнів ризику. Відповідно темпи зростання доходу і капіталу за такими вкладеннями значно нижче. Формується цей портфель за рахунок малорискових інвестицій, що забезпечують відповідно більш низькі темпи зростання доходу і капіталу, ніж портфель зростання і доходу.

Перераховані типи портфелів мають ряд проміжних різновидів. Портфелі зростання і доходу при максимальних значеннях своїх цільових показників називаються агресивними портфелями.

Класифікація інвестиційних портфелів за досягнутою відповідністю цілям інвестування пов'язана насамперед з процесом реалізації цілей їх формування.

Збалансований портфель характеризується повною реалізацією цілей інвестора шляхом відбору інвестиційних проектів або фінансових інструментів, які найбільш повно відповідають цим цілям.

Незбалансований портфель виділяється з числа інших інвестиційних портфельів невідповідністю його складу поставленим цілям формування. Різновидом незбалансованого портфеля є розбалансований портфель, який представляє собою раніше збалансований портфель, вже не задовольняє інвестора у зв'язку з істотною зміною зовнішніх умов інвестиційної діяльності або внутрішніх факторів [10].

### **1.3 Етапи формування інвестиційного портфеля**

Формування портфеля цінних паперів включає визначення конкретних активів для вкладення коштів, а також пропорцій розподілу капіталу, що інвестується, між активами. При цьому інвестор зіштовхується із проблемами селективності, вибору часу операцій і диверсифікованості. Селективність, яку називають також мікропрогнозуванням, ставиться до аналізу цінних паперів і пов'язана із прогнозуванням динаміки цін окремих видів паперів. Вибір часу операцій, або макропрогнозування, включає прогнозування зміни рівня цін на акції порівняно з цінами для фондових інструментів з фіксованим доходом, такими, як корпоративні облігації. Диверсифікованість укладається у формуванні інвестиційного портфеля таким чином, щоб при певних обмеженнях мінімізувати ризик [11].

При наявному великому арсеналі методів формування портфеля найбільшим авторитетом користується теорія інвестиційного портфеля Г. Марковіца і В. Шарпавпагре.

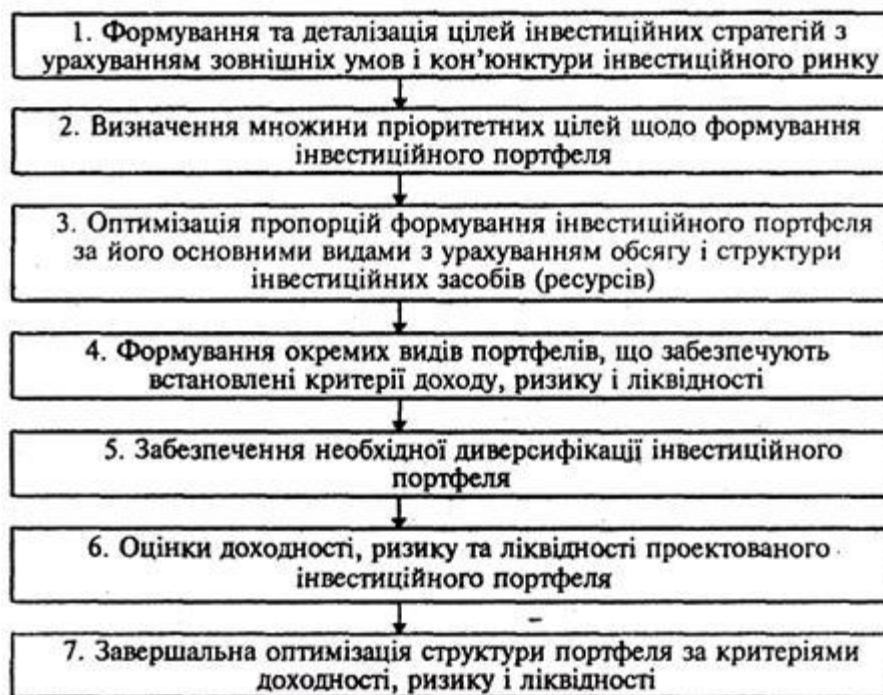


Рис.1 Формування портфеля

Для ефективного використання інвестиційного портфеля використовують основні принципи, які широко застосовуються у світовій практиці:

По-перше, успіх інвестицій, в основному, залежить від правильного розподілу коштів за типами активів. Проведені експерименти показали, що прибуток визначається на:

- 94 % вибором типу використовуваних інвестиційних інструментів (акції великих компаній, довгострокові облігації тощо);
- 4 % вибором конкретних цінних паперів заданого типу;
- 2 % оцінкою моменту закупівлі цінних паперів.

Цей феномен пояснюється тим, що папери одного типу сильно корелюють, тобто якщо якась галузь випробовує спад, то збиток інвестора не дуже залежить від того, переважають у його портфелі папери тієї чи іншої компанії.

По-друге, ризик інвестицій у певний тип цінних паперів визначається ймовірністю відхилення прибутку від очікуваного значення. Прогнозоване

значення прибутку можна визначити на основі обробки статистичних даних про динаміку прибутку від інвестицій у ці папери в минулому, а ризик – як середньоквадратичне відхилення від очікуваного прибутку.

По-третє, загальна прибутковість і ризик інвестиційного портфеля можуть змінюватися шляхом варіювання його структури. Існують різні програми, що дозволяють конструювати бажану пропорцію активів різних типів, наприклад, можна мінімізувати ризик при заданому рівні очікуваного прибутку або максимізувати прибуток при заданому рівні ризику тощо.

По-четверте, всі оцінки, що використовуються при складанні інвестиційного портфеля, носять ймовірнісний характер. Конструювання портфеля відповідно до вимог класичної теорії можливо лише при наявності ряду факторів ринку, що сформувався, цінних паперів, певного періоду його функціонування, статистики ринку тощо [12].

Формування інвестиційного портфеля здійснюється у декілька етапів:

- формулювання цілей його створення й визначення їхньої пріоритетності (зокрема, що найважливіше – регулярне одержання дивідендів або ріст вартості активів), завдання рівнів ризику, мінімального прибутку, відхилення від очікуваного прибутку тощо;

- вибір фінансової компанії (це може бути вітчизняна або закордонна фірма; при ухваленні рішення можна використати ряд критеріїв: репутацію фірми, її доступність, види пропонованих фірмою портфелів, їхню прибутковість, види інвестиційних інструментів, що використовуються тощо);

- вибір банку, що буде вести інвестиційний рахунок.

Побудова класичного консервативного портфеля

Основне питання при формуванні портфеля – як визначити пропорції між цінними паперами з різними властивостями. Так, основними принципами побудови класичного консервативного портфеля є: принцип консервативності, принцип диверсифікованості та принцип достатньої ліквідності.

Принцип консервативності. Співвідношення між високонадійними та ризикованими частками підтримується так, щоб можливі втрати від ризикованої частки з певною ймовірністю покривалися доходами від надійних активів

Інвестиційний ризик, таким чином, складається не у втраті частини основної суми, а тільки в одержанні недостатньо високого доходу [13].

Природно, не ризикуючи, не можна розраховувати й на певні надвисокі доходи. Однак практика показує, що переважна більшість клієнтів задоволена доходами, що коливаються в межах від однієї до двох депозитних ставок банків вищої категорії надійності, і не бажає збільшення доходів за рахунок більш високого ступеня ризику.

Принцип диверсифікованості, Диверсифікованість вкладень – основний принцип портфельного інвестування. Ідея цього принципу добре проявляється у стародавній англійській приказці: «do not put all eggs in one basket» – "не кладіть всі яйця в один кошик".

Українською це означає: некладайте всі гроші в одні папери, яким би вигідним це вкладенням вам не здавалося. Тільки така стриманість дозволить уникнути катастрофічних збитків у випадку помилки.

Диверсифікованість зменшує ризик за рахунок того, що можливі невисокі доходи з одних цінних паперів будуть компенсуватися високими доходами з інших паперів. Мінімізація ризику досягається за рахунок включення в портфель цінних паперів широкого кола галузей, не пов'язаних між собою, щоб уникнути синхронності циклічних коливань їхньої ділової активності. Оптимальна величина – від 8 до 20 різних видів цінних паперів.

Розпилення вкладень відбувається як між тими активними сегментами, про які ми згадували, так і всередині них. Для державних короткострокових облігацій і казначейських зобов'язань мова йде про диверсифікованості між цінними паперами різних серій, для корпоративних цінних паперів – між акціями різних емітентів.

Спрощена диверсифікованість складається безпосередньо у розподілі коштів між декількома цінними паперами без серйозного аналізу.

Достатній обсяг коштів у портфелі дозволяє зробити наступний крок – проводити так звані галузеву й регіональну диверсифікованості.

Принцип галузевої диверсифікованості полягає в тому, щоб не допускати перекосів портфеля вбік паперів підприємств однієї галузі. Річ у тому, що катаклізм може досягнути галузь у цілому. Наприклад, падіння цін на нафту на світовому ринку може привести до одночасного падіння цін акцій усіх нафтопереробних підприємств, те, що ваші вкладення будуть розподілені між різними підприємствами цієї галузі, вам не допоможе.

Так само слід ставитися до підприємств одного регіону. Одночасне зниження цін акцій може відбутися внаслідок політичної нестабільності, страйків, стихійних лих, введення в лад нових транспортних магістралей тощо [14].

Ще глибший аналіз можливий із застосуванням серйозного математичного апарату. Статистичні дослідження показують, що багато акцій ростуть або падають у ціні, як правило, водночас, хоча таких видимих зв'язків між ними, як приналежність до однієї галузі або регіону, немає. Зміни цін інших цінних паперів, навпаки, йдуть у протифазі. Природно, диверсифікованість між другою парою паперів краща. Методи кореляційного аналізу дозволяють, експлуатуючи цю ідею, знайти оптимальний баланс між різними цінними паперами у портфелі.

Принцип достатньої ліквідності. Він полягає в тому, щоб підтримувати частку нашвидкоруч реалізованих активів у портфелі не нижче рівня, достатнього для проведення високоприбуткових угод, що зненацька виникають, і задоволення потреб клієнтів у коштах. Практика показує, що вигідніше тримати певну частину коштів у більш ліквідних (нехай навіть менш дохідних) цінних паперах, мати можливість швидко реагувати на зміни кон'юнктури ринку й окремі вигідні пропозиції. Крім того, домовленості з



багатьма клієнтами просто зобов'язують тримати частину їхніх коштів у ліквідній формі.

Доходи з портфельних інвестицій являють собою валовий прибуток за всією сукупністю паперів, включених у той чи інший портфель з урахуванням ризику. Виникає проблема кількісної відповідності між прибутком і ризиком, що повинна вирішуватися оперативно з метою постійного вдосконалення структури вже сформованих портфелів і формування нових відповідно до побажань інвесторів. Треба сказати, що зазначена проблема відноситься до числа тих, для рішення яких досить швидко вдається знайти загальну схему рішення, але які практично не вирішуються до кінця.

Формування портфеля здійснюється за принципами:

- необхідно вибрати оптимальний тип портфеля;
- оцінити прийнятне для себе сполучення ризику й доходу портфеля та, відповідно, визначити питому вагу портфеля цінних паперів з різними рівнями ризику й доходу;
- визначити первісний склад портфеля, вибрати схему подальшого керування портфелем [9].

## **Висновки до розділу 1**

Управляти інвестиційним портфелем і просто, і нелегко. Просто, тому що принципів успішного інвестування не так багато і вони достатньо зрозумілі. Часто інвестори намагаються спрогнозувати найкращий час для операцій на ринку, що рідко закінчується найкращим чином. Для вибору часу необхідно зуміти зробити два точних прогнози: правильний час для придбання та продажу. Якщо інвестор упустить хоча б один із них, то існує ризик втрати контролю.

Управління інвестиційним портфелем завжди супроводжується невизначеністю, якої, на жаль, неможливо повністю позбутися.

Для будь-якого заданого набору інвестиційних інструментів існує унікальний ефективний портфель, що відповідає заданому рівню волатильності. За допомогою комп'ютерних програм на основі складних методів нелінійного програмування можна математично розрахувати розподіл активів, що відповідають кожному портфелю з граничною ефективністю. Комп'ютерні програми оптимізації – досить серйозний інструмент, який може боляче вдарити по рукам невмілого користувача.

## РОЗДІЛ 2

### ЗАДАЧА ВИБОРУ ПОРТФЕЛЯ ЦІННИХ ПАПЕРІВ

#### 2.1. Формулювання задачі

Розглянемо задачу вибору портфеля цінних паперів [1].

Визначення оптимального портфеля цінних паперів є однією з важливіших задач, з якими стикаються інвестиційні фірми (банки, страхові компанії, фонди). Під портфелем розуміють розміри вкладень в різні види цінних паперів. Для аналізу задачі вибору портфеля цінних паперів з огляду на її складність і економічну важливість розроблено ряд математичних моделей.

Припустимо, що готівковий капітал  $C$  в наступному інвестиційному періоді можна вкласти в цінні папери  $N$  видів, і необхідно визначити відповідні долі вкладень.

Нехай  $x_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ , – величина капіталу (в доларах, або інших грошових одиницях), який вкладається в цінні папери  $j$ -ого виду.

Тоді на змінні  $x_j$  накладаються наступні обмеження:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_N \leq C,$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, N.$$

Припустимо, що є статистичні дані по кожному виду вкладень за останні  $T$  років, які відображають коливання цін і виплати дивідендів протягом цього періоду. За допомогою цих даних можна оцінити дохід від вкладень для кожного виду цінних паперів.

Нехай  $r_j(t)$  – загальний дохід на рік  $t$  на долар вкладень в цінні папери виду  $j$ . Тоді

$$r_j(t) = \frac{p_j(t+1) - p_j(t) + d_j(t)}{p_j(t)},$$

де  $p_j(t)$  – ціна паперів  $j$ -ого типу на початок року, а  $d_j(t)$  – сумарні дивіденди, отримані в  $t$ -ому році.

Зауважимо, що значення  $r_j(t)$  непостійні і можуть сильно коливатися з року в рік. Ці значення можуть мати будь-який знак або бути нульовими. Таким чином, для оцінки доцільності вкладень в цінні папери  $j$ -ого виду потрібно обрахувати середній або очікуваний дохід від цінних паперів виду  $j$  на вкладений долар:

$$\mu_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_j(t).$$

Загальна величина очікуваного доходу здається наступним чином:

$$E = \sum_{j=1}^N \mu_j x_j = \mu^T x,$$

де  $\mu^T = (\mu_1, \dots, \mu_N)$ ,  $x = (x_1, \dots, x_N)^T$ .

*Модель I.* Має місце наступна проста оптимізаційна модель для описаної задачі:

максимізувати

$$Z = \sum_{j=1}^N \mu_j x_j$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^N x_j \leq C,$$

$$x_j \geq 0.$$

Тут максимізується загальний очікуваний дохід при обмеженнях на загальний обсяг інвестицій. Портфель цінних паперів може також формуватися з врахуванням різних обмежень, пов'язаних з політикою фірми. Більшість інвестиційних фірм обмежують розміри вкладень в звичайні акції, оскільки дохід від останніх схильний до значних коливань. Таке обмеження можна записати наступним чином:

$$\sum_{j \in J_1} x_j \leq b_1,$$

де множина  $J_1$  містить індекси різних видів звичайних акцій, а через  $b_1$  позначаються максимальні допустимі вкладення в звичайні акції.

Головний недолік цієї простої задачі лінійного програмування полягає в тому, що ризик, пов'язаний з інвестиціями, не враховується. Таким чином, портфель цінних паперів, який знаходиться в результаті розв'язування відповідної задачі лінійного програмування, може обіцяти високий середній очікуваний прибуток, але при цьому ризик, пов'язаний з інвестиціями, також буде великий. З огляду на небезпечність такого великого ризику справжній дохід може виявитися значно нижче очікуваного!

Модель II. В цій моделі враховується фактор ризику, пов'язаний з кожним видом цінних паперів.

Курс деяких цінних паперів, наприклад «спекулятивних акцій», має тенденцію до сильних коливань, що збільшує фактор ризику, пов'язаний з ними, але середній очікуваний дохід від них є високим в силу їх здатності до сильного підвищення.

З іншої сторони, «безпечні» інвестиції, такі, як поточні рахунки, банківські депозитні сертифікати, можуть давати менший дохід.

В якості міри інвестиційного ризику можна розглядати величину відхилення доходу від його середнього значення протягом останніх  $T$  років.

Позначимо через  $\sigma_{jj}^2$  дисперсію (інвестиційний ризик) для цінних паперів виду  $j$ , яка обчислюється за формулою

$$\sigma_{jj}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_j(t) - \mu_j)^2.$$

Крім того, курс деякої групи цінних паперів може залежати від стану певної області економіки; спад в цій області призведе до падіння цін на всі цінні папери даної групи. Прикладами цінних паперів, курси яких схильні до сумісних коливань, є акції нафтових і автомобільних фірм і акції комунальних підприємств.

Для зменшення подібного ризику необхідно розподіляти інвестиції по різним групам цінних паперів. В такому розподілі використовується оцінка відношення рівнів доходу для кожної пари видів цінних паперів. Це відношення виражається величиною коваріації  $\sigma_{ij}^2$ , яка обчислюється на основі статистичних даних за минулі роки

$$\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_i(t) - \mu_i)(r_j(t) - \mu_j).$$

Зауважимо, що при  $i = j$  ця величина зводиться до дисперсії  $j$ -ого виду паперів. Таким чином, в якості міри інвестиційного ризику може слугувати величина

$$V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij}^2 x_i x_j = x^T Q x,$$

де  $Q_{(N \times N)} = [\sigma_{ij}^2]$  являє собою матрицю коваріацій для  $N$  видів цінних паперів.

Власник цінних паперів при визначенні портфелю цінних паперів може бути зацікавлений в отриманні заданого середнього очікуваного доходу при мінімальному ризику. Відповідну оптимізаційну задачу можна сформулювати наступним чином:

мінімізувати

$$Y = x^T Q x$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^N x_j \leq C,$$

$$x_j \geq 0,$$

$$\mu^T x \geq R,$$

де  $R$  – це мінімальний середній очікуваний дохід при виборі портфеля.

В модель можуть бути введені додаткові подібні розглянутим вище обмеження, пов'язані з політикою фірми.

В цій моделі мінімізації ризику обмеження лінійні, а цільова функція квадратична. Отже, задача є *задачею квадратичною програмування*.

## 2.2. Метод Монте-Карло

Для наближеного розв'язування оптимізаційних задач оптимізації можна використати метод Монте-Карло [5, 6].

Суть методу: багато разів випадково береться точка  $(x_1, \dots, x_n)$  з допустимої області оптимізаційної задачі і обчислюється значення цільової функції в цій точці. Краще значення цільової функції (найбільше або найменше, в залежності від напрямку екстремум задачі) запам'ятовується.

Чим більше точок буде взято, тим більш точно буде обраховано розв'язок задачі.

Отримана таким чином відповідь задачі буде наближеною.

На рисунку 2.1 подана блок-схема алгоритму методу Монте-Карло.

## 2.3. Розв'язування задачі вибору портфеля цінних паперів

Розглянемо приклад.

Нехай збираються придбати акції трьох компаній ( $N = 3$ ): *Компанії 1*, *Компанії 2*, *Компанії 3*. Відомо, скільки коштували акції станом на 1.01.2016, 01.01.2017, 01.01.2018, 01.01.2019, та вартість дивідендів, виплачених на одну акцію в ці роки (див. табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – Ціни за акції та дивіденди

Назва компанії	Ціна акції (станом на перше січня)				Дивіденди за акцію		
	2016	2017	2018	2019	2016	2017	2018
<i>Компанія 1</i>	120	210	225	245	50	75	63
<i>Компанія 2</i>	75	89	115	245	10	100	150
<i>Компанія 3</i>	100	245	145	280	52	150	73



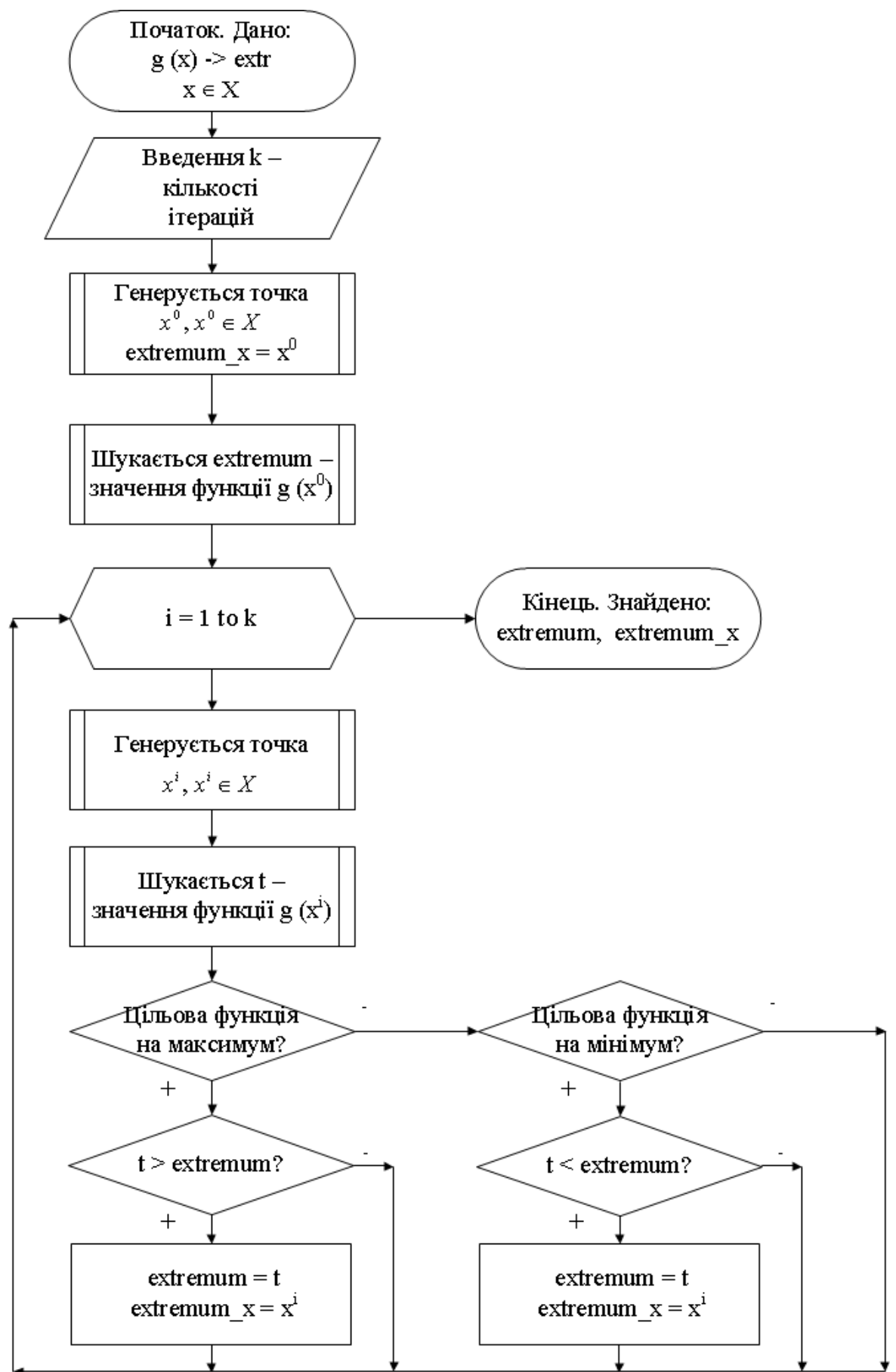


Рисунок 2.1 – Блок-схема алгоритму методу Монте-Карло

Дані взяті за три роки, отже  $T = 3$ . Нехай планується вкласти капітал у розмірі  $C = 2000$  грн., а мінімальний середній очікуваний дохід  $R = 2500$  грн.

Після цього для кожного року  $t$  розраховується  $r_j(t)$  – загальний дохід на одну грошову одиницю вкладень в цінні папери виду  $j$  за формулою

$$r_j(t) = \frac{p_j(t+1) - p_j(t) + d_j(t)}{p_j(t)},$$

де  $p_j(t)$  – ціна паперів  $j$ -ого типу на початок року, а  $d_j(t)$  – сумарні дивіденди, отримані в  $t$ -ому році.

Після першого року,  $t = 1$ , отримуємо:

$$r_1(1) = \frac{p_1(2) - p_1(1) + d_1(1)}{p_1(1)} = \frac{210 - 120 + 50}{120} \approx 1,17.$$

$$r_2(1) = \frac{p_2(2) - p_2(1) + d_2(1)}{p_2(1)} = \frac{89 - 75 + 10}{75} \approx 0,32.$$

$$r_3(1) = \frac{p_3(2) - p_3(1) + d_3(1)}{p_3(1)} = \frac{245 - 100 + 52}{100} \approx 1,97.$$

Після другого року,  $t = 2$ , отримуємо:

$$r_1(2) = \frac{p_1(3) - p_1(2) + d_1(2)}{p_1(2)} = \frac{225 - 210 + 75}{210} \approx 0,43.$$

$$r_2(2) = \frac{p_2(3) - p_2(2) + d_2(2)}{p_2(2)} = \frac{115 - 89 + 100}{89} \approx 1,42.$$

$$r_3(2) = \frac{p_3(3) - p_3(2) + d_3(2)}{p_3(2)} = \frac{145 - 245 + 150}{245} \approx 0,20.$$

Після третього року,  $t = 3$ , отримуємо:

$$r_1(3) = \frac{p_1(4) - p_1(3) + d_1(3)}{p_1(3)} = \frac{245 - 225 + 63}{225} \approx 0,37.$$

$$r_2(3) = \frac{p_2(4) - p_2(3) + d_2(3)}{p_2(3)} = \frac{245 - 115 + 150}{115} \approx 2,43.$$

$$r_3(3) = \frac{p_3(4) - p_3(3) + d_3(3)}{p_3(3)} = \frac{280 - 145 + 73}{145} \approx 1,43.$$

За формулою

$$\mu_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_j(t)$$

розраховується середній дохід від цінних паперів виду  $j$  на вкладену грошову одиницю.

Отримуємо:

$$\mu_1 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_1(t) = \frac{1}{3} (r_1(1) + r_1(2) + r_1(3)) \approx \frac{1}{3} (1,17 + 0,43 + 0,37) \approx 0,65;$$

$$\mu_2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_2(t) = \frac{1}{3} (r_2(1) + r_2(2) + r_2(3)) \approx \frac{1}{3} (0,32 + 1,42 + 2,43) \approx 1,39;$$

$$\mu_3 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_3(t) = \frac{1}{3} (r_3(1) + r_3(2) + r_3(3)) \approx \frac{1}{3} (1,97 + 0,20 + 1,43) \approx 1,20.$$

За формулою

$$\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_i(t) - \mu_i)(r_j(t) - \mu_j)$$

обчислюється матриця коваріацій.

Отримуємо:

$$\sigma_{11}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_1(t) - \mu_1)(r_1(t) - \mu_1) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_1(t) - \mu_1)^2 =$$

$$= \frac{1}{T} ((r_1(1) - \mu_1)^2 + (r_1(2) - \mu_1)^2 + (r_1(3) - \mu_1)^2) \approx$$

$$\approx \frac{1}{3} ((1,17 - 0,65)^2 + (0,43 - 0,65)^2 + (0,37 - 0,65)^2) \approx$$

$$\approx \frac{1}{3} (0,51^2 + (-0,23)^2 + (-0,29)^2) \approx 0,13.$$

$$\sigma_{12}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_1(t) - \mu_1)(r_2(t) - \mu_2) =$$

$$= \frac{1}{T} ((r_1(1) - \mu_1)(r_2(1) - \mu_2) + (r_1(2) - \mu_1)(r_2(2) - \mu_2) + (r_1(3) - \mu_1)(r_2(3) - \mu_2)) \approx$$

$$\approx \frac{1}{3}((1,17 - 0,65)(0,32 - 1,39) + (0,43 - 0,65)(1,42 - 1,39) + (0,37 - 0,65)(2,43 - 1,39)) \approx$$

$$\approx -0,28.$$

$$\sigma_{13}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_1(t) - \mu_1)(r_3(t) - \mu_3) =$$

$$= \frac{1}{T}((r_1(1) - \mu_1)(r_3(1) - \mu_3) + (r_1(2) - \mu_1)(r_3(2) - \mu_3) + (r_1(3) - \mu_1)(r_3(3) - \mu_3)) \approx$$

$$\approx \frac{1}{3}((1,17 - 0,65)(1,97 - 1,2) + (0,43 - 0,65)(0,2 - 1,2) + (0,37 - 0,65)(1,43 - 1,2)) \approx 0,18$$

$$\sigma_{21}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_2(t) - \mu_2)(r_1(t) - \mu_1) =$$

$$= \frac{1}{T}((r_2(1) - \mu_2)(r_1(1) - \mu_1) + (r_2(2) - \mu_2)(r_1(2) - \mu_1) + (r_2(3) - \mu_2)(r_1(3) - \mu_1)) \approx$$

$$\approx \frac{1}{3}((0,32 - 1,39)(1,17 - 0,65) + (1,42 - 1,39)(0,43 - 0,65) + (2,43 - 1,39)(0,37 - 0,65)) \approx$$

$$\approx -0,28.$$

$$\sigma_{22}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_2(t) - \mu_2)(r_2(t) - \mu_2) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_2(t) - \mu_2)^2 =$$

$$= \frac{1}{T}((r_2(1) - \mu_2)^2 + (r_2(2) - \mu_2)^2 + (r_2(3) - \mu_2)^2) \approx$$

$$\approx \frac{1}{3}((0,32 - 1,39)^2 + (1,42 - 1,39)^2 + (2,43 - 1,39)^2) \approx 0,75$$

$$\sigma_{23}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_2(t) - \mu_2)(r_3(t) - \mu_3) =$$

$$= \frac{1}{T} ((r_2(1) - \mu_2)(r_3(1) - \mu_3) + (r_2(2) - \mu_2)(r_3(2) - \mu_3) + (r_2(3) - \mu_2)(r_3(3) - \mu_3)) \approx$$

$$\approx \frac{1}{3} ((0,32 - 1,39)(1,97 - 1,2) + (1,42 - 1,39)(0,2 - 1,2) + (2,43 - 1,39)(1,43 - 1,2)) \approx -0,2$$

$$\sigma_{31}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_3(t) - \mu_3)(r_1(t) - \mu_1) =$$

$$= \frac{1}{T} ((r_3(1) - \mu_3)(r_1(1) - \mu_1) + (r_3(2) - \mu_3)(r_1(2) - \mu_1) + (r_3(3) - \mu_3)(r_1(3) - \mu_1)) \approx$$

$$\approx \frac{1}{3} ((1,97 - 1,2)(1,17 - 0,65) + (0,2 - 1,2)(0,43 - 0,65) + (1,43 - 1,2)(0,37 - 0,65)) \approx$$

$$\approx 0,18.$$

$$\sigma_{32}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_3(t) - \mu_3)(r_2(t) - \mu_2) =$$

$$= \frac{1}{T} ((r_3(1) - \mu_3)(r_2(1) - \mu_2) + (r_3(2) - \mu_3)(r_2(2) - \mu_2) + (r_3(3) - \mu_3)(r_2(3) - \mu_2)) \approx$$

$$\approx \frac{1}{3}((1,97 - 1,2)(0,32 - 1,39) + (0,2 - 1,2)(1,42 - 1,39) + (1,43 - 1,2)(2,43 - 1,39)) \approx -0,2$$

$$\begin{aligned}\sigma_{33}^2 &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_3(t) - \mu_3)(r_3(t) - \mu_3) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_3(t) - \mu_3)^2 = \\ &= \frac{1}{T} ((r_3(1) - \mu_3)^2 + (r_3(2) - \mu_3)^2 + (r_3(3) - \mu_3)^2) \approx\end{aligned}$$

$$\approx \frac{1}{3}((1,97 - 1,2)^2 + (0,2 - 1,2)^2 + (1,43 - 1,2)^2) \approx 0,55.$$

Позначимо:  $x_1$  – кількість грн., вкладених в акції *Компанії 1*;  $x_2$  – вкладених в акції *Компанії 2*;  $x_3$  – вкладених в акції *Компанії 3*.

Маємо задачу отримання середнього очікуваного доходу при мінімальному ризику, математична модель якої наступна:

$$\begin{aligned}0,13x_1^2 - 0,28x_1x_2 + 0,18x_1x_3 - 0,28x_2x_1 + 0,75x_2^2 - 0,2x_2x_3 + \\ + 0,18x_3x_1 - 0,2x_3x_2 + 0,55x_3^2 \rightarrow \min\end{aligned}$$

за умов

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 2\,000,$$

$$0,65x_1 + 0,22x_2 + 0,91x_3 \geq 2\,500$$

$$x_1 \geq 0,$$

$$x_2 \geq 0,$$

$$x_3 \geq 0.$$

Розв'яжемо задачу, використовуючи пакет MS Excel.

На рисунках 2.2-2.10 наведено, як задача розв'язувалась в MS Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		T=3	кількість років							
2										
3		Назва компанії	Ціна акції				Дивіденди за акцію			
4	(станом на перше січня)									
5			2016	2017	2018	2019	2016	2017	2018	
6			Компанія 1	120	210	225	245	50	75	63
7		Компанія 2	75	89	115	245	10	100	150	
8		Компанія 3	100	245	145	280	52	150	73	
9										
10										
11			t=1	t=2	t=3	мю	$r_j(t) = \frac{p_j(t+1) - p_j(t) + d_j(t)}{p_j(t)}$ $\mu_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_j(t)$			
12		r1(t)	1,17	0,43	0,37	0,65				
13		r2(t)	0,32	1,42	2,43	1,39				
14		r3(t)	1,97	0,20	1,43	1,20				
15										
16										
17		сігма	1	2	3		$\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_i(t) - \mu_i)(r_j(t) - \mu_j)$			
18		1	0,13	-0,28	0,18					
19		2	-0,28	0,75	-0,20					
20		3	0,18	-0,20	0,55					

Рисунок 2.2 – Розв'язування в пакеті Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
23		Математична модель	C=	2000			R=	2500						
24		x1=	149,7											
25		x2=	941,5											
26		x3=	908,8											
27														
28		Цільова функція												
29		740 550,15		$0,13x_1^2 - 0,28x_1x_2 + 0,18x_1x_3 - 0,28x_2x_1 + 0,75x_2^2 - 0,2x_2x_3 + 0,18x_3x_1 - 0,2x_3x_2 + 0,55x_3^2$										$\rightarrow \min$
30														
31		Обмеження												
32		2000	<=	2000	$x_1 + x_2 + x_3 \leq 2\,000$									
33		2500	>=	2500	$0,65x_1 + 0,22x_2 + 0,91x_3 \geq 10\,000$									
34					$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0$									

Рисунок 2.3 – Розв'язування в пакеті Excel (продовження рис. 2.2)



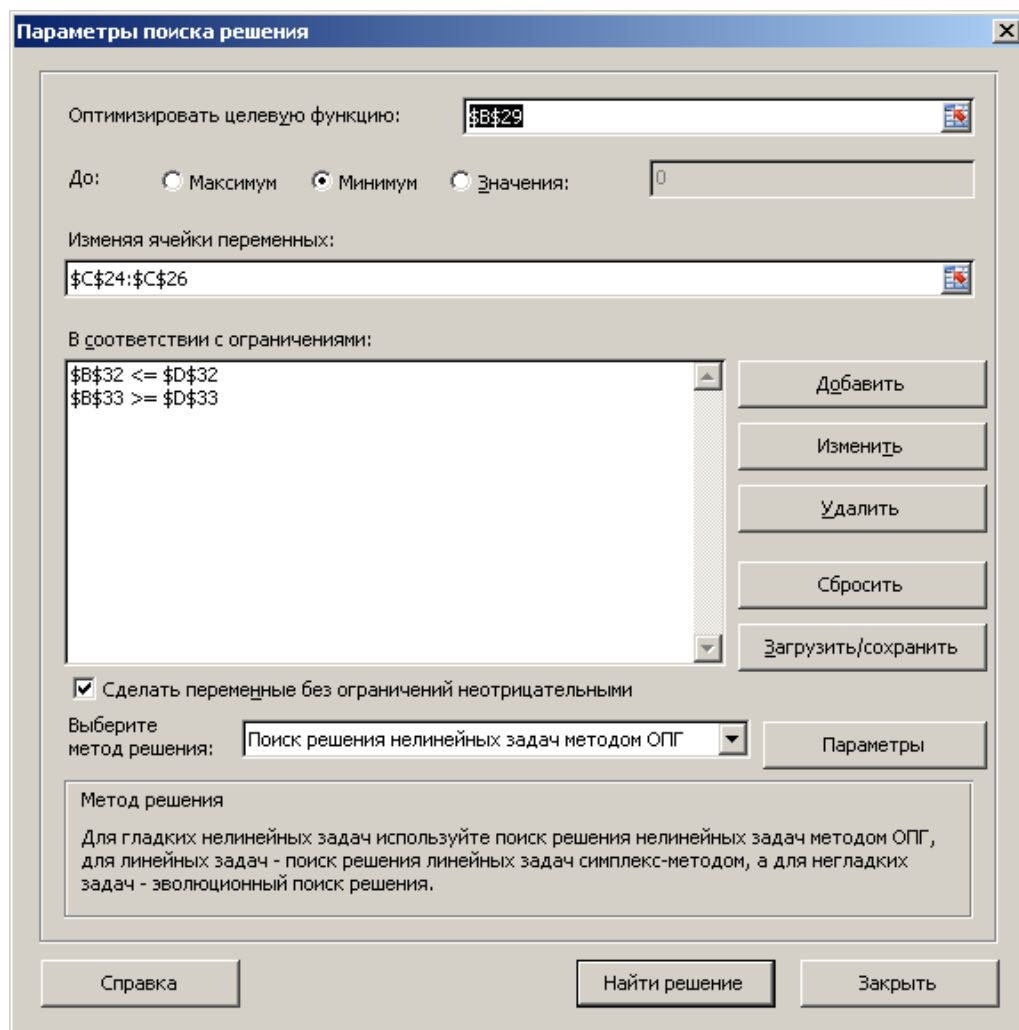


Рисунок 2.4 – Вікно «Пошук розв’язку» в Excel

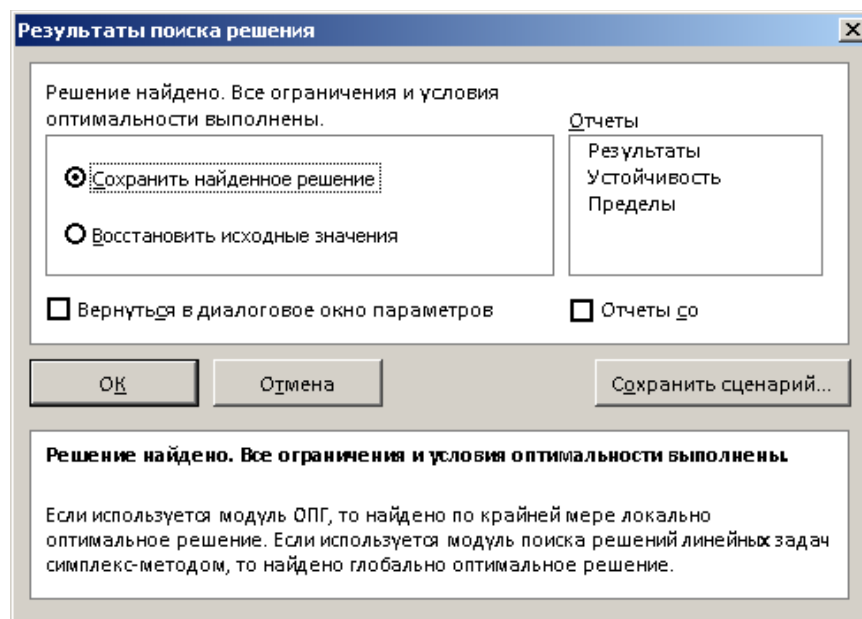


Рисунок 2.5 – Результаты «Пошук розв’язку»

	A	B	C
1		<b>T=</b>	<b>3</b>
2			
3		<b>Назва</b>	
4		<b>компанії</b>	
5			<b>2016</b>
6		<i>Компанія 1</i>	120
7		<i>Компанія 2</i>	75
8		<i>Компанія 3</i>	100
9			
10			
11			<b>t=1</b>
12		<b>r1(t)</b>	$=(D6-C6+G6)/C6$
13		<b>r2(t)</b>	$=(D7-C7+G7)/C7$
14		<b>r3(t)</b>	$=(D8-C8+G8)/C8$
15			
16			
17		<b>сігма</b>	<b>1</b>
18		<b>1</b>	$=((C12-F12)^2+(D12-F12)^2+(E12-F12)^2)/3$
19		<b>2</b>	$=((C13-F13)*(C12-F12)+(D13-F13)*(D12-F12)+(E13-F13)*(E12-F12))/3$
20		<b>3</b>	$=((C14-F14)*(C12-F12)+(D14-F14)*(D12-F12)+(E14-F14)*(E12-F12))/3$

Рисунок 2.6 – Формули в Excel

	D
1	кількість років
2	
3	<b>Ціна акції</b>
4	<b>(станом на перше січня)</b>
5	<b>2017</b>
6	210
7	89
8	245
9	
10	
11	<b>t=2</b>
12	$=(E6-D6+H6)/D6$
13	$=(E7-D7+H7)/D7$
14	$=(E8-D8+H8)/D8$
15	
16	
17	<b>2</b>
18	$=((C12-F12)*(C13-F13)+(D12-F12)*(D13-F13)+(E12-F12)*(E13-F13))/3$
19	$=((C13-F13)^2+(D13-F13)^2+(E13-F13)^2)/3$
20	$=((C14-F14)*(C13-F13)+(D14-F14)*(D13-F13)+(E14-F14)*(E13-F13))/3$

Рисунок 2.7 – Формули в Excel (продовження рис. 2.6)

	E	F	G	H	I
1					
2					
3			Дивіденди за акцію		
4					
5	2018	2019	2016	2017	2018
6	225	245	50	75	63
7	115	245	10	100	150
8	145	280	52	150	73
9					
10					
11	t=3	МЮ			
12	= (F6-E6+I6)/E6	=СУММ(C12:E12)/\$C\$1			
13	= (F7-E7+I7)/E7	=СУММ(C13:E13)/\$C\$1			
14	= (F8-E8+I8)/E8	=СУММ(C14:E14)/\$C\$1			
15					
16					
17	3				
18	=((C12-F12)*(C14-F14)+(D12-F12)*(D14-F14)+(E12-F12)*(E14-F14))/3				
19	=((C13-F13)*(C14-F14)+(D13-F13)*(D14-F14)+(E13-F13)*(E14-F14))/3				
20	=((C14-F14)^2+(D14-F14)^2+(E14-F14)^2)/3				

Рисунок 2.8 – Формули в Excel (продовження рис. 2.7)

	A	B	C	D	E	F	G	H
23		Математична модель		C=	2000		R=	2500
24		x1=	149,707939742891					
25		x2=	941,467951482544					
26		x3=	908,824108774565					

Рисунок 2.9 – Формули в Excel (продовження рис. 2.8)

	A	B	C	D
28	Цільова функція			
29	=C18*(x1^2)+D18*x1*x2+E18*x1*x3+C19*x2*x1+D19*(x2^2)+E19*x2*x3+C20*x3*x1+D20*x3*x2+E20*(x3^2)			
30				
31	Обмеження			
32	=СУММ(C24:C26)			<= E23
33	=СУММПРОИЗВ(F12:F14;C24:C26)			>= H23

Рисунок 2.10 – Формули в Excel (продовження рис. 2.98)

Отже, маємо відповідь (рис. 2.3):  $x_1 \approx 149,7$ ;  $x_2 \approx 971,5$ ;  $x_3 \approx 908,8$ .  
Тобто за умови мінімізації ризику отримали, що в акції Компанії 1 слід вкласти приблизно 149,7 грн., в акції Компанії 2 слід вкласти приблизно 941,5 грн., в акції Компанії 3 – приблизно 908,8 грн.

Тепер розв'яжемо задачу, наклавши обмеження, що змінні  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  – цілі.

На рисунках 2.2, 2.6-2.13 наведено процес розв'язування цілочислової задачі в MS Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
23		Математична модель		C=	2000		R=	2500						
24		x1=	150											
25		x2=	943											
26		x3=	907											
27														
28		Цільова функція												
29		740 746,52												
30														
31		Обмеження												
32		2000	<=	2000										
33		2500,126886	>=	2500										
34														
35														

Рисунок 2.11 – Розв'язування в пакеті Excel при цілочислових змінних (продовження рис. 2.2)

Отже, маємо відповідь (рис. 2.11):  $x_1 = 150$ ;  $x_2 = 943$ ;  $x_3 = 907$ .

Тобто за умови мінімізації ризику отримали, що в акції *Компанії 1* слід вкласти 150 грн., в акції *Компанії 2* слід вкласти 943 грн., в акції *Компанії 3* – 907 грн.

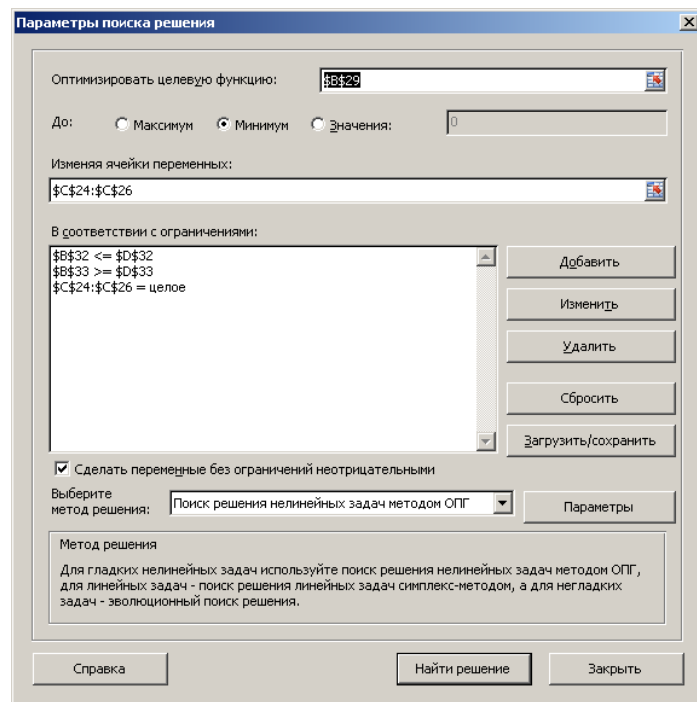


Рисунок 2.12 – Вікно «Пошук розв’язку» в Excel (при цілочислових змінних)

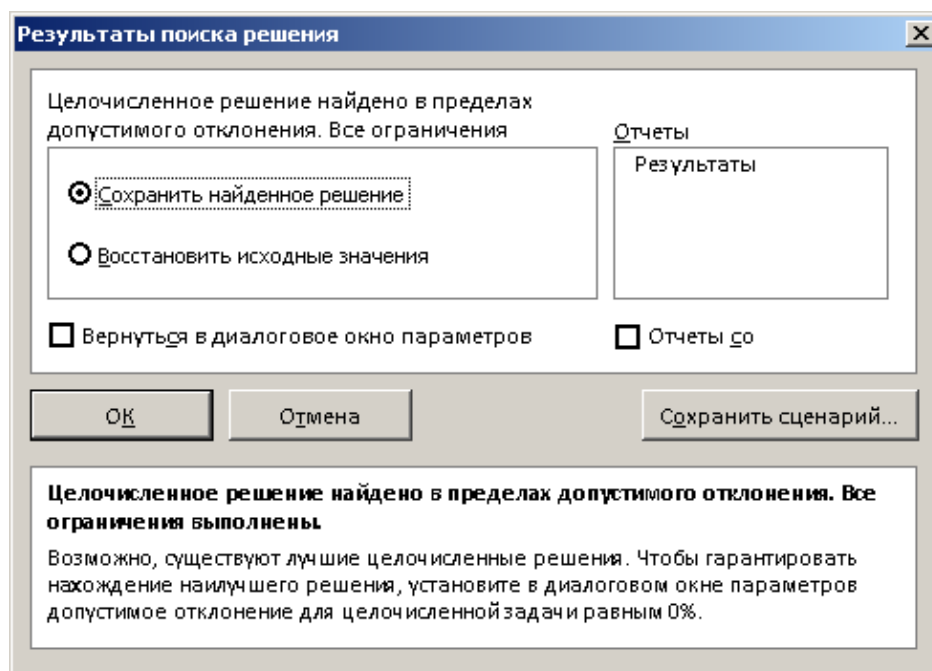


Рисунок 2.13 – Результаты «Пошук розв’язку» (при цілочислових змінних)

## **Висновки до розділу 2**

В розділі виконано огляд задач вибору портфеля інвестицій та їх моделей.

Викладено метод Монте-Карло для розв'язування задачі про портфель інвестицій. Цей метод алгоритмізовано та висвітлено у вигляді блок-схеми.

Метод Монте-Карло дає наближений розв'язок.

Перевагою його використання є те, що метод простий в реалізації; швидко знаходить розв'язок задачі; отриманий наближений розв'язок достатньо близький до точного.

Проілюстрована побудова моделі задачі на одному прикладі та здійснено розв'язування задачі за допомогою пакету Excel.

Розв'язок в Excel знаходився для двох модифікації моделі, виходячи з припущень: (перша модель) змінні – додатні числа; (друга модель) змінні – додатні та цілі числа.

### РОЗДІЛ 3

## ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ВИБОРУ ПОРТФЕЛЯ ІНВЕСТИЦІЙ

### 3.1. Інструкція по роботі з програмою

Розглянемо роботу програми на прикладі з пункту 2.3.

На рисунку 3.1 представлено створений програмний продукт.

Портфель інвестицій

З клавіатури      З файлу

Кількість видів цінних паперів (шт.)      N =

Капітал, вкладаємий в цінні папери, (грн.)      C =

Період, за який робляться розрахунки, (роки)      T =

Мінімальний середній очікуваний дохід (грн.)      R =

Ціна цінних паперів за останні T років на початок кожного року (грн.);  
сумарні дивіденди, отримані за кожний рік (грн.)

Цінні папери	1 рік	2 рік	3 рік	1 рік	2 рік	3 рік
1 вид						
2 вид						
3 вид						
4 вид						
5 вид						

Розрахувати      Очистити

Рисунок 3.1. – Після запуску програми

У програмі вхідні дані можна ввести з клавіатури, задавши інформацію у відповідні поля та таблицю (див. рис. 3.2), або зчитати з файлу (див. рис. 3.3).

Портфель інвестицій

З клавіатури      З файлу

Кількість видів цінних паперів (шт.)      N = 3

Капітал, вкладаємий в цінні папери, (грн.)      C = 2000

Період, за який робляться розрахунки, (роки)      T = 3

Мінімальний середній очікуваний дохід (грн.)      R = 2500

Ціна цінних паперів за останні T років на початок кожного року (грн.);  
сумарні дивіденди, отримані за кожний рік (грн.)

Цінні папери	Ціна	Дивіденди					
	1 рік	2 рік	3 рік	4 рік	1 рік	2 рік	3 рік
1 вид	120	210	225	245	50	75	63
2 вид	75	89	115	245	10	100	150
3 вид	100	245	145	280	52	150	73

Розрахувати      Очистити

Рисунок 3.2 – Головне вікно програми з даними прикладу

При зчитуванні з файлу потрібно створити його з ім'ям «Given.txt» в тій же папці, що і програма.

Структура файлу повинна бути такою (див. рис. 3.3):

- 1-ий рядок –  $N$ ,
- 2-ий рядок –  $C$ ,
- 3-ий рядок –  $T$ ,



- 4-ий рядок –  $R$ ,
- далі – матриця цін на початок кожного року, кожний рядок відповідає  $j$ -ому виду акцій.
- далі – матриця дивідендів за рік, кожний рядок відповідає  $j$ -ому виду акцій.

На рисунку 3.3 показано вигляд файлу для прикладу.

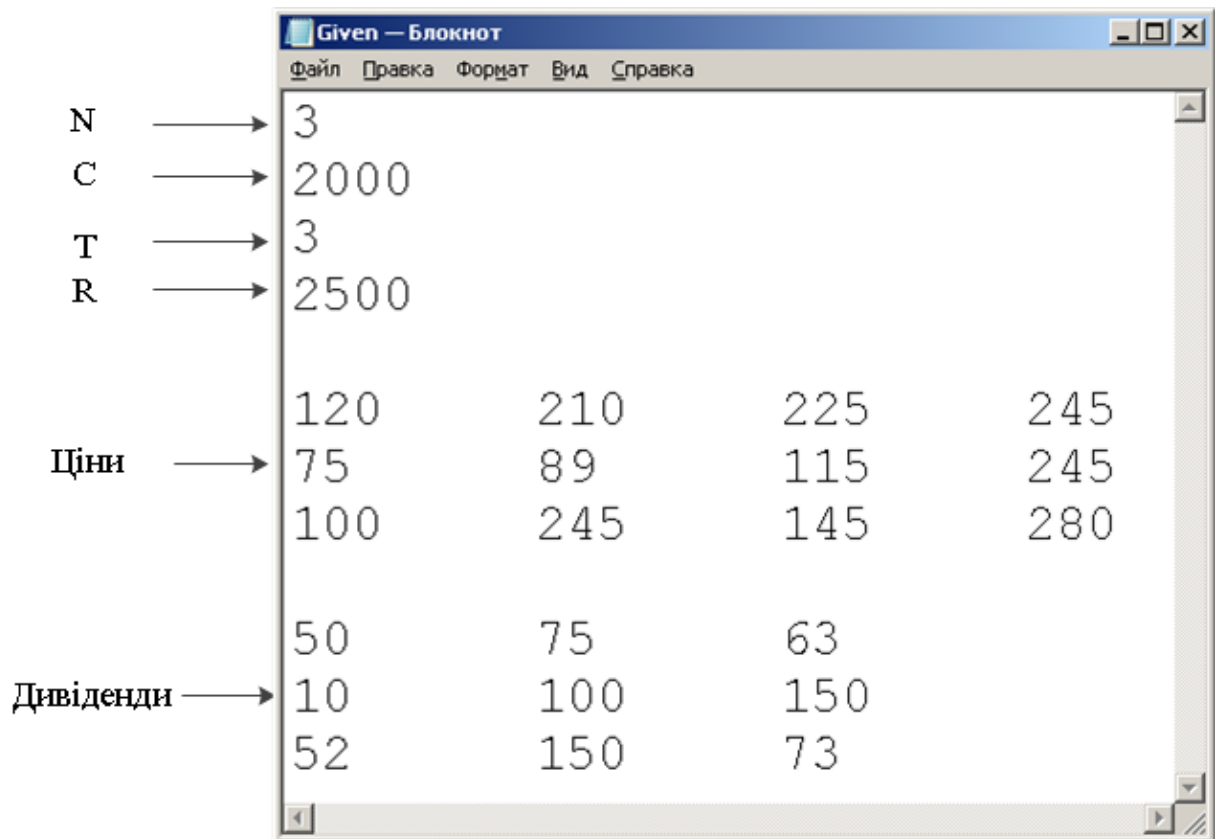


Рисунок 3.3 – Текстовий файл з даними

Для взяття початкових даних з файлу слід натиснути кнопку «Зчитати з файлу».

Після введення даних тим чи іншим способом натискається кнопка «Розрахувати».

Після цього для кожного року  $t$  розраховується  $r_j(t)$  – загальний дохід на одну грошову одиницю вкладень в цінні папери виду  $j$ .

Для нашого прикладу загальний дохід за кожен рік представлено на рис. 3.4-3.6.

Цінні папери	Ціна на початок року p(t)	Ціна на кінець року p(t+1)	Дивіденди d(t)	Дохід r(t)
1 вид	120	210	50	1,17
2 вид	75	89	10	0,32
3 вид	100	245	52	1,97

Рисунок 3.4 – Загальний дохід за перший рік

Цінні папери	Ціна на початок року p(t)	Ціна на кінець року p(t+1)	Дивіденди d(t)	Дохід r(t)
1 вид	210	225	75	0,43
2 вид	89	115	100	1,42
3 вид	245	145	150	0,20

Рисунок 3.5 – Загальний дохід за другий рік

Далі розраховується  $\mu_j$  – середній дохід від цінних паперів виду  $j$  на вкладену грошову одиницю (рис. 3.7) та матриця коваріацій  $\sigma_{ij}^2$  (рис. 3.8).

Портфель інвестицій (розрахунки)				
1	2	3	Дохід	Коваріації
Після 3-ого року ( $t = 3$ )				
Цінні папери	Ціна на початок року $p(t)$	Ціна на кінець року $p(t+1)$	Дивіденди $d(t)$	Дохід $r(t)$
1 вид	225	245	63	0,37
2 вид	115	245	150	2,43
3 вид	145	280	73	1,43

Рисунок 3.6 – Загальний дохід за третій рік

Портфель інвестицій (розрахунки)				
1	2	3	Дохід	Коваріації
Середній дохід за $T$ років ( $T = 3$ )				
Цінні папери	Середній дохід			
1 вид	0,66			
2 вид	1,39			
3 вид	1,20			

Рисунок 3.7 – Середній дохід від цінних паперів за три роки

Тепер програма знає всі параметри для побудови моделі задачі отримання середнього очікуваного доходу при мінімальному ризику.

Далі отримана задача розв'язується методом Монте-Карло (рис. 3.9).

Відповідь, видана програмою: мінімізуючи ризик маємо, що в акції *Компанії 1* слід вкласти 350 грн., в акції *Компанії 2* вкласти 334 грн., в акції *Компанії 3* слід вкласти 1 637 грн. (рис. 3.9).

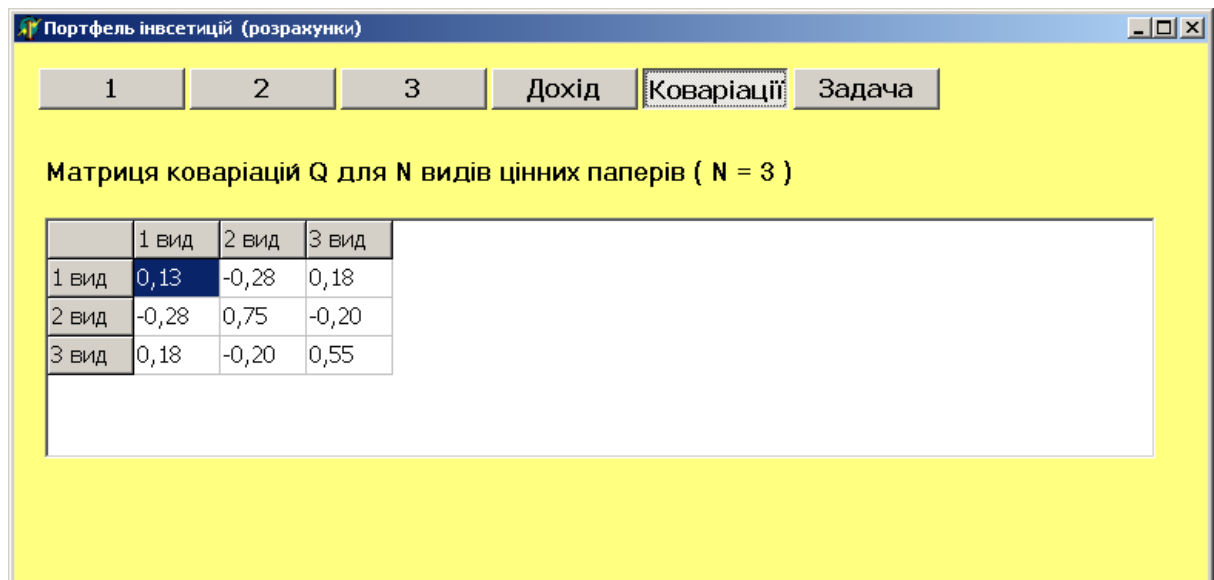


Рисунок 3.8 – Матриця коваріацій

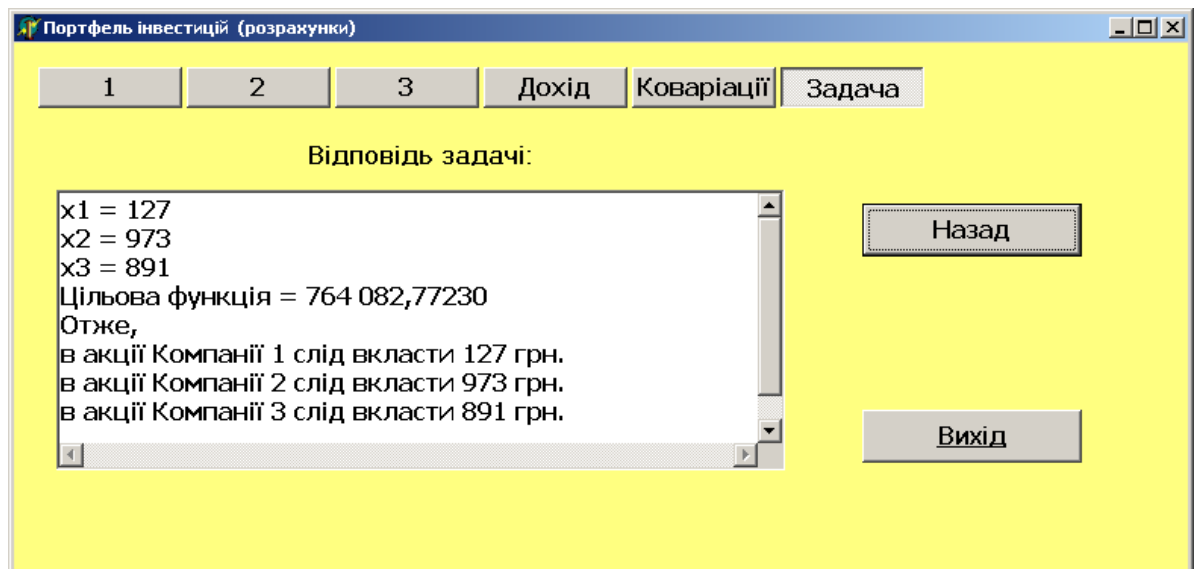


Рисунок 3.9 – Розв’язок задачі

Більш детальний хід розв’язування задачі програма виносить до файлу «Result.txt».

Файл створюється там же, де програма. Вміст файлу зображено на рисунках 3.10-3.16.

До файлу виносяться точки, згенеровані випадковим чином у методі Монте-Карло, які покращують значення цільової функції.

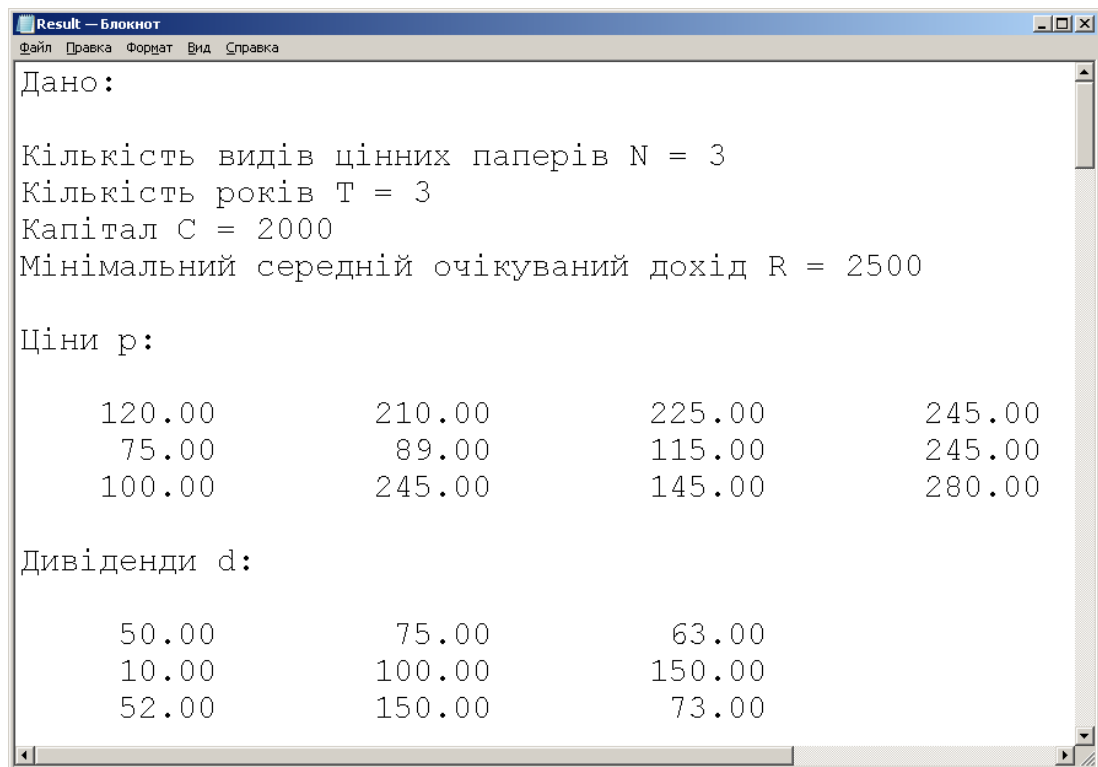


Рисунок 3.10 – Файл з ходом розв'язуванням задачі

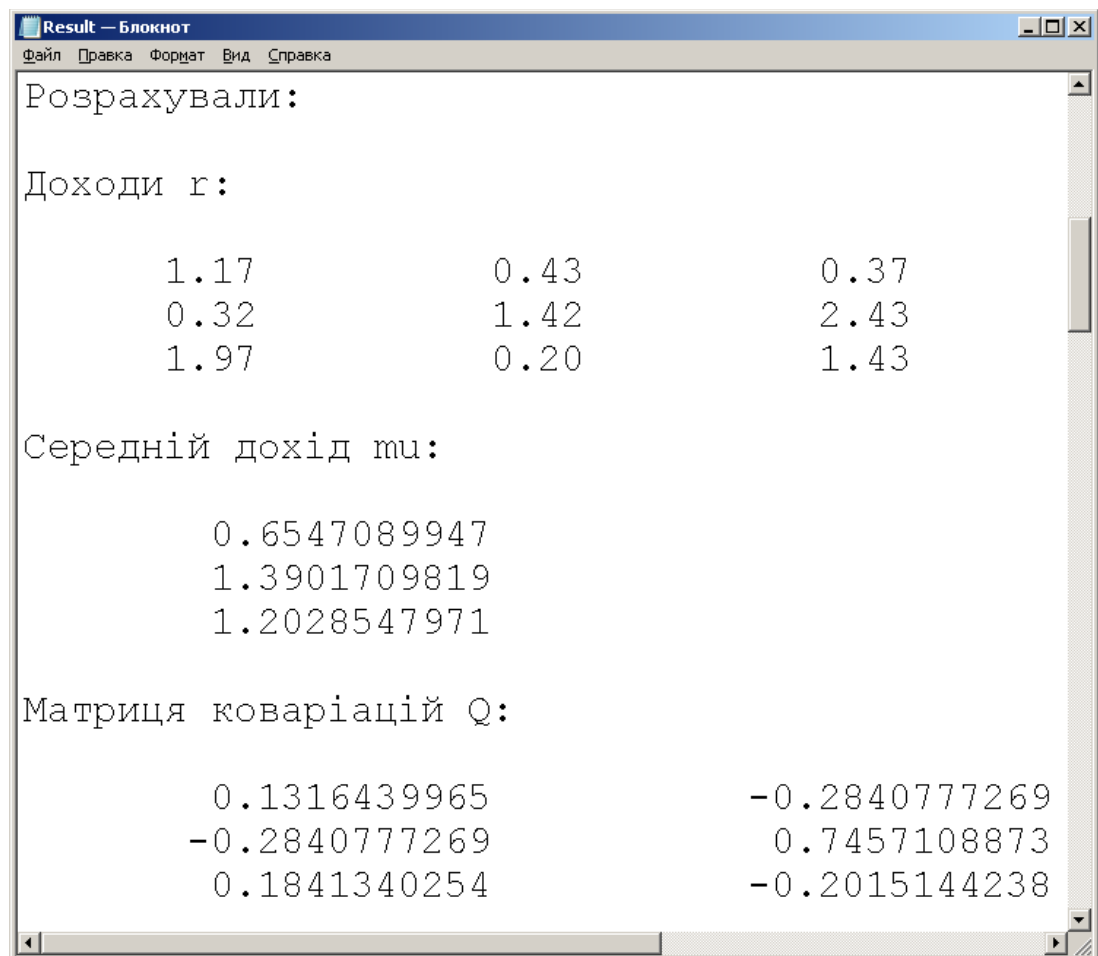


Рисунок 3.11 – Файл з ходом розв'язуванням задачі

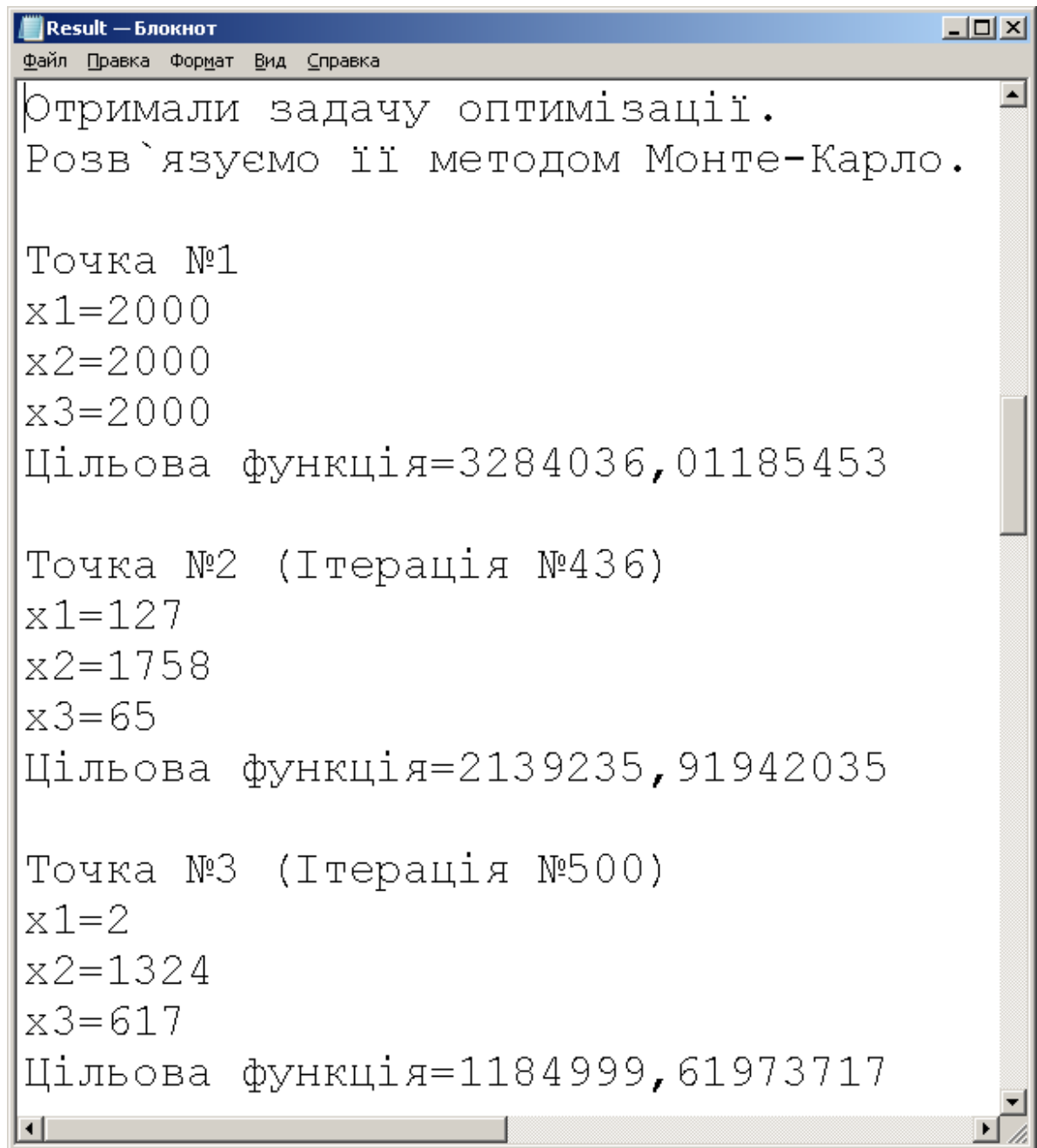


Рисунок 3.12 – Файл з ходом розв'язуванням задачі

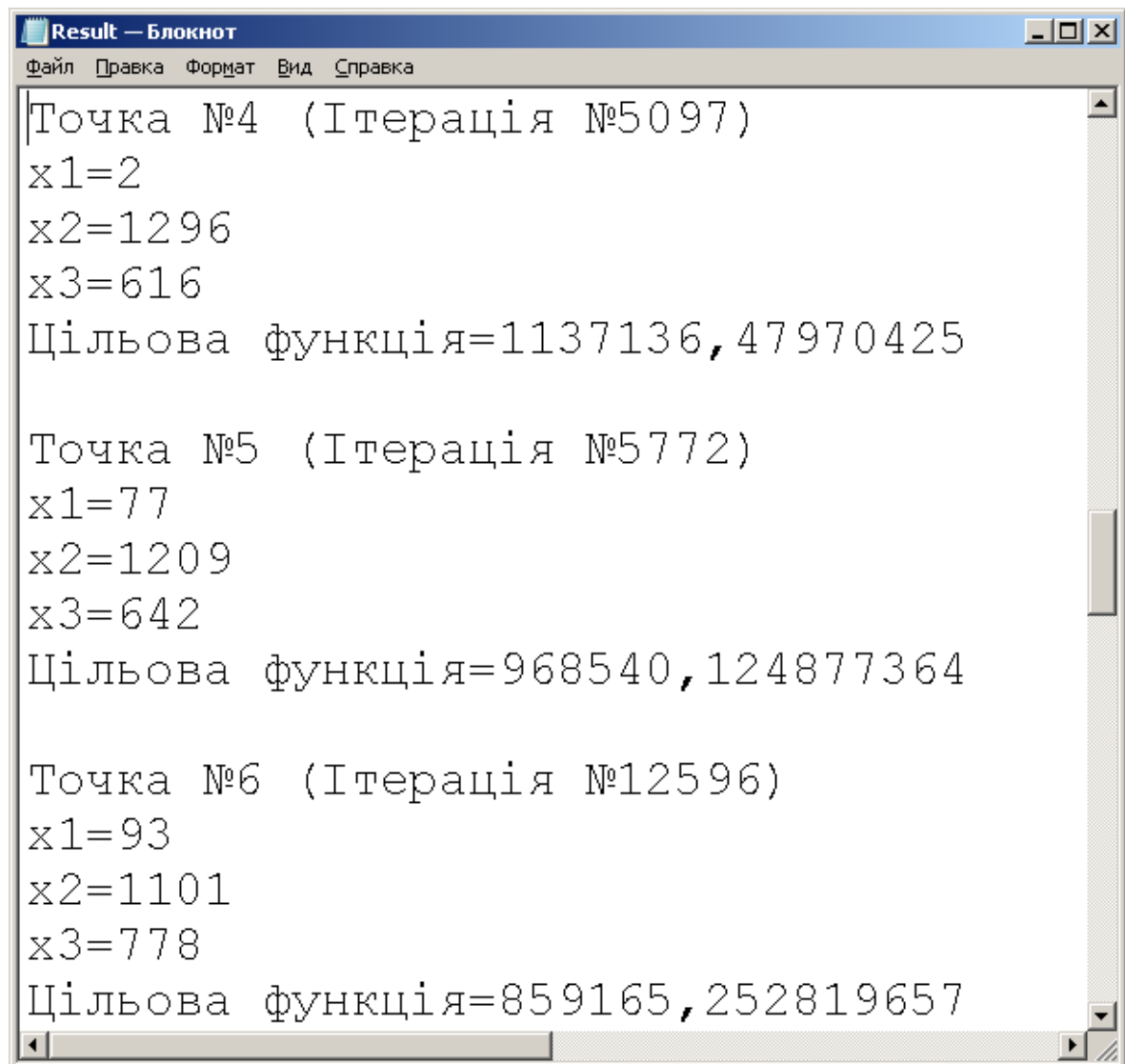


Рисунок 3.13 – Файл з ходом розв’язуванням задачі

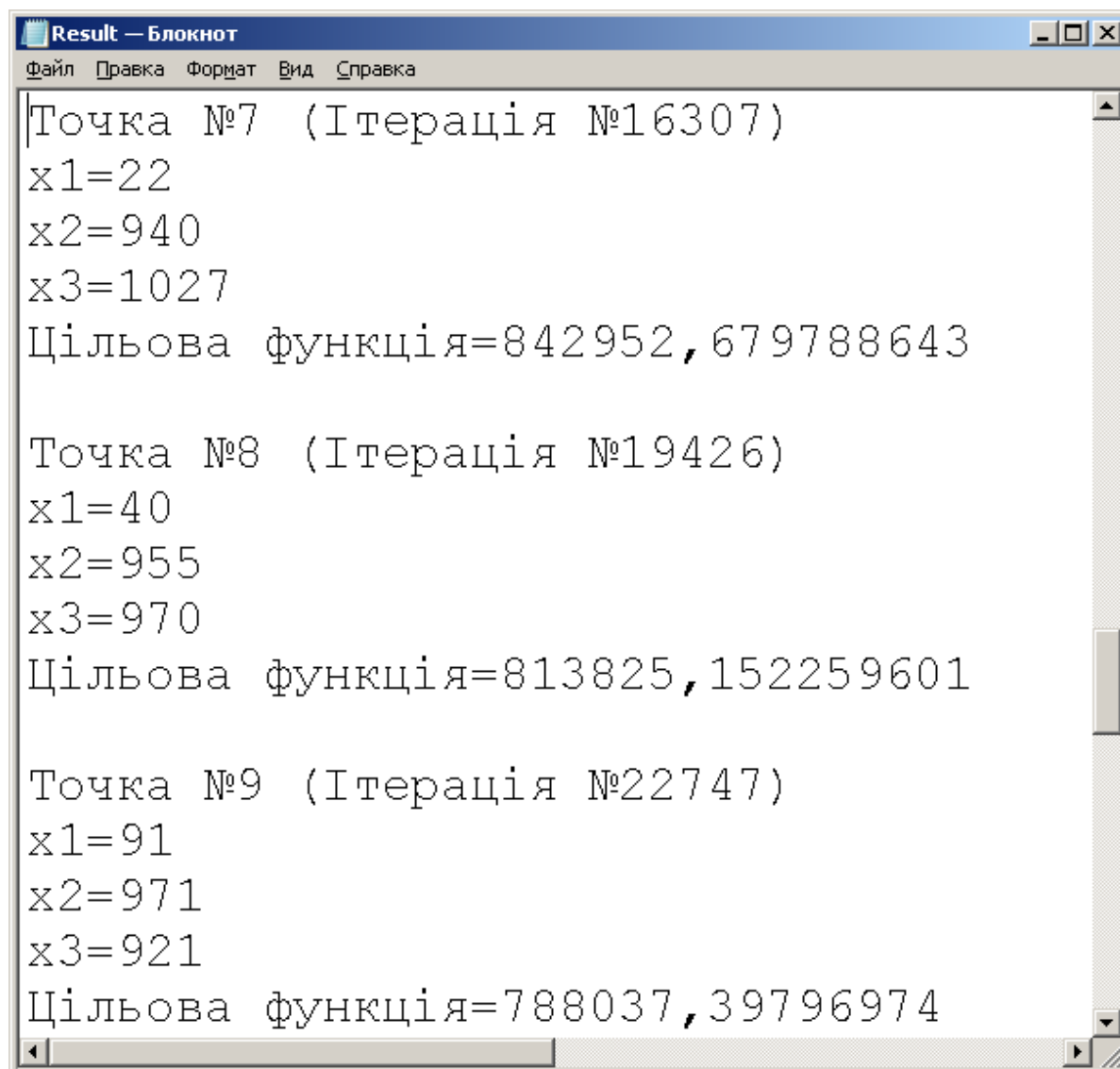


Рисунок 3.14 – Файл з ходом розв'язуванням задачі



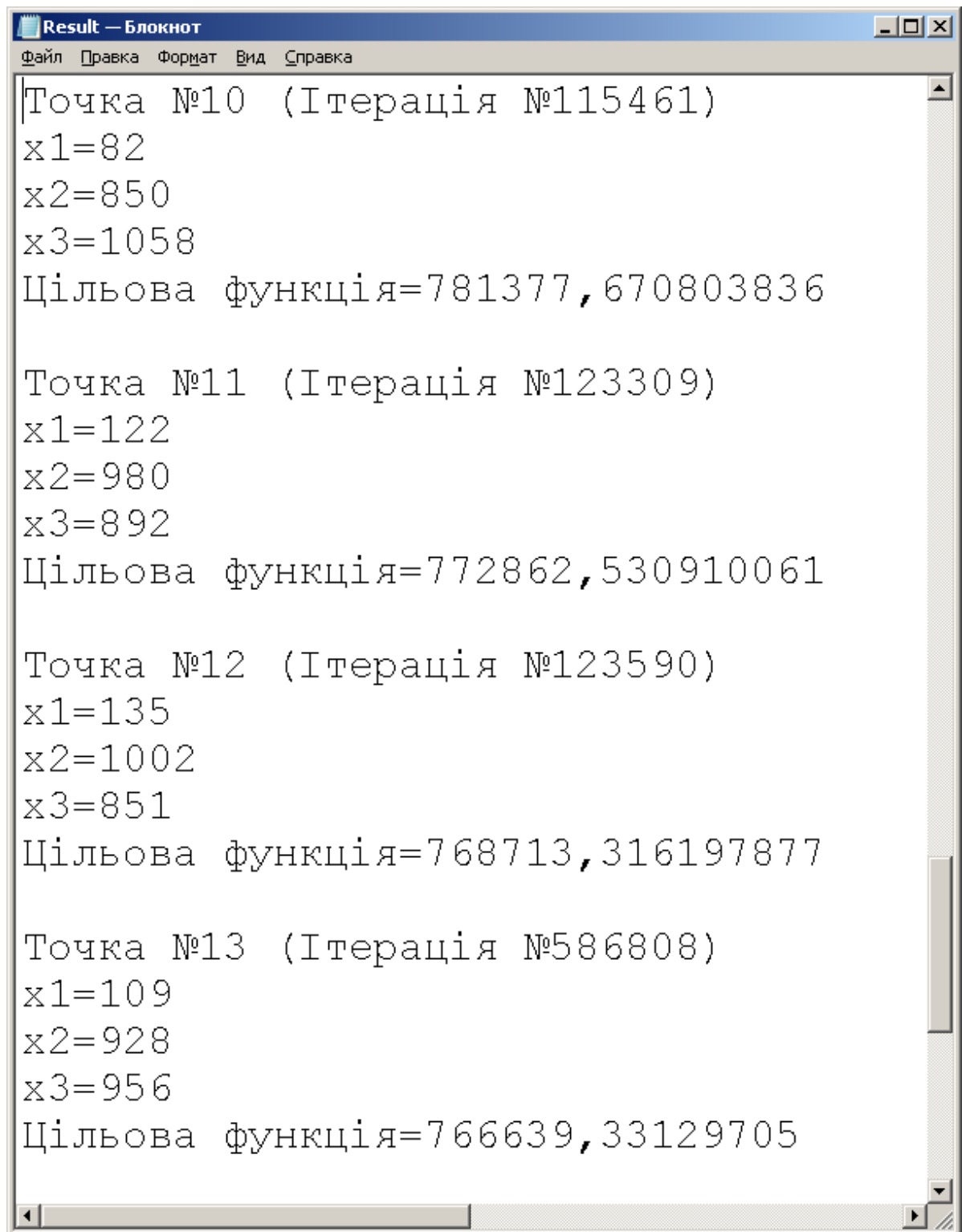
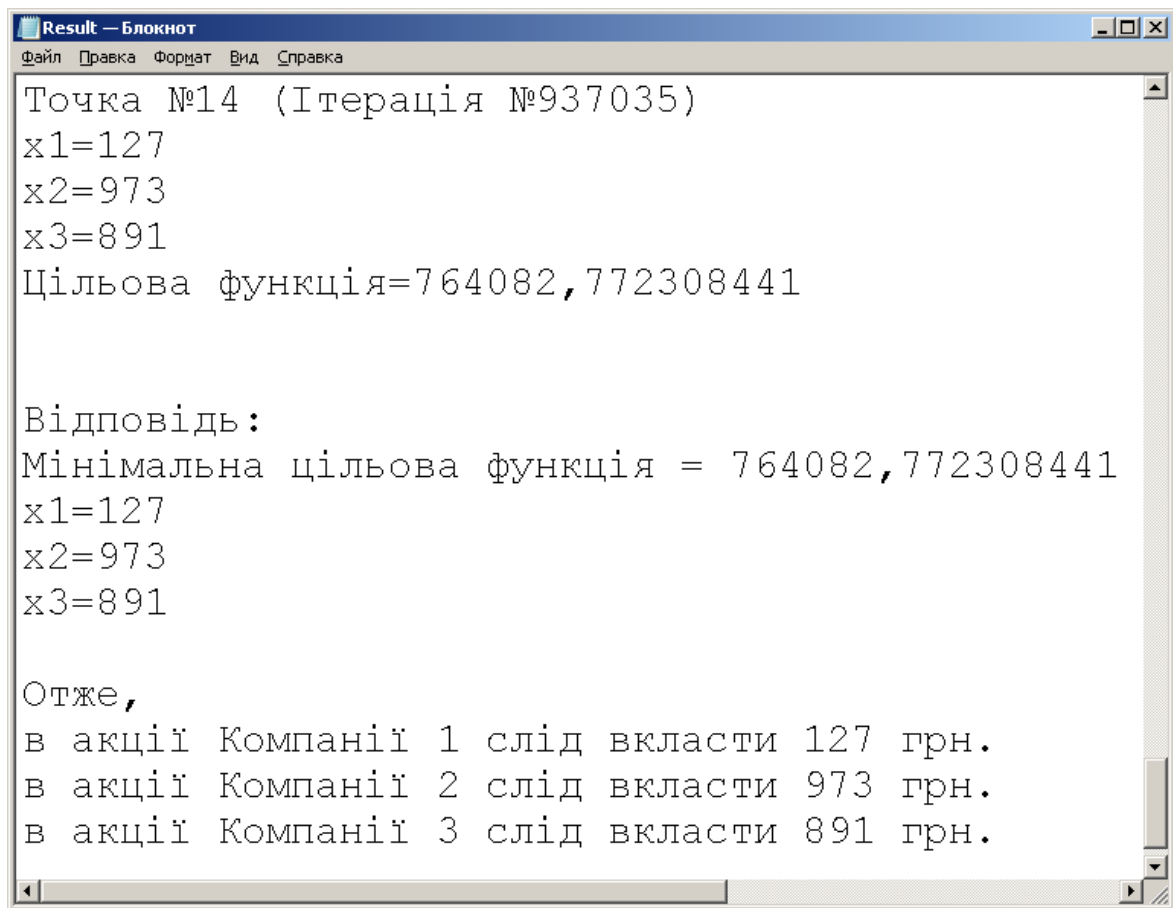


Рисунок 3.15 – Файл з ходом розв’язуванням задачі



```
Result - Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка

Точка №14 (Ітерація №937035)
x1=127
x2=973
x3=891
Цільова функція=764082,772308441

Відповідь:
Мінімальна цільова функція = 764082,772308441
x1=127
x2=973
x3=891

Отже,
в акції Компанії 1 слід вкласти 127 грн.
в акції Компанії 2 слід вкласти 973 грн.
в акції Компанії 3 слід вкласти 891 грн.
```

Рисунок 3.16 – Файл з ходом розв’язуванням задачі

### 3.2. Опис програми

Програму створено на Delphi з використанням мови програмування Object Pascal.

В програмі було сконструйовано дві форми (див. рис. 3.17-3.21).

Перша форма (головне вікно програми) призначена для введення всіх даних з клавіатури або з файлу (рис. 3.1, 3.17).

Також на ній є кнопка «Очистити» для видалення всіх даних з обох форм. А за допомогою кнопки «Розрахувати» шукається розв’язок задачі.

Друга форма містить декілька вкладок.

Перші вкладки (рис. 3.4-3.6, 3.18) містять статистичні дані за кожний рік з розрахованим загальним доходом за цій рік  $r_j(t)$ .

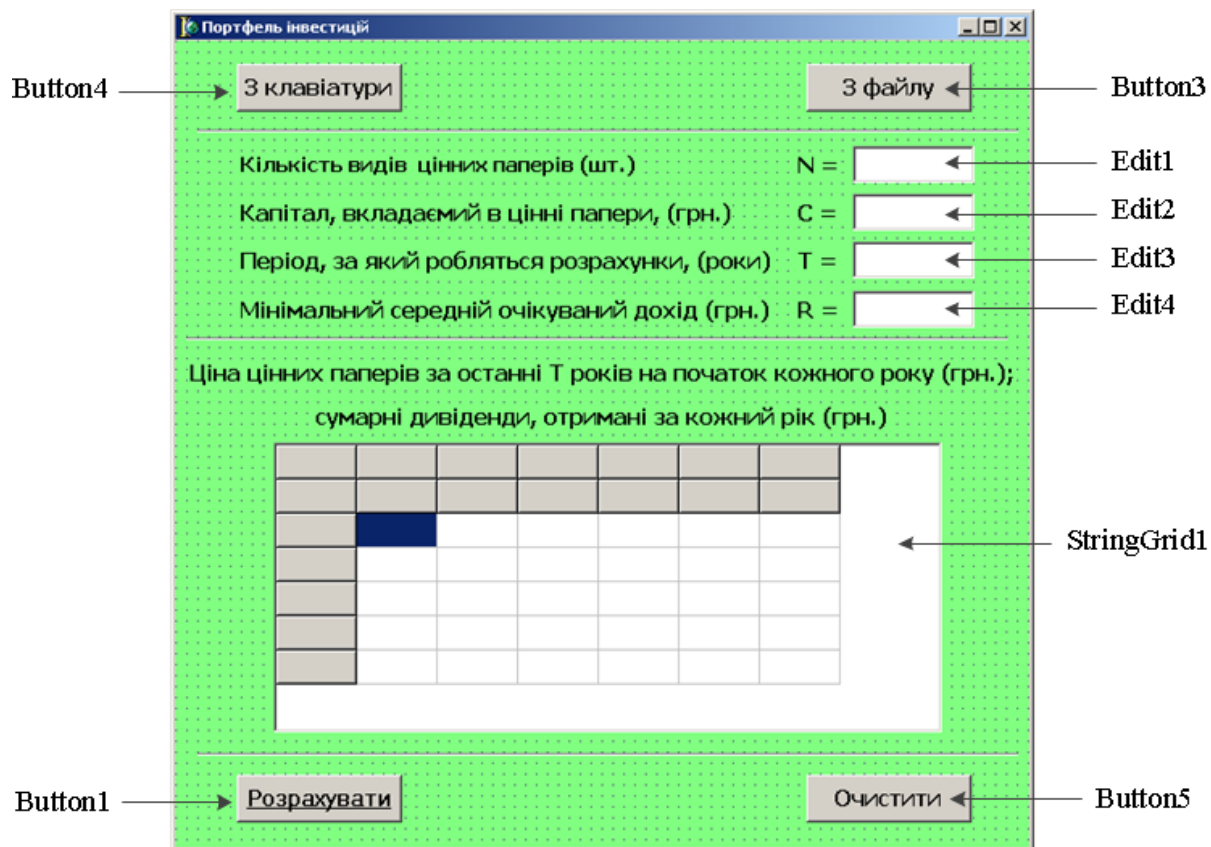


Рисунок 3.17 – Перша форма

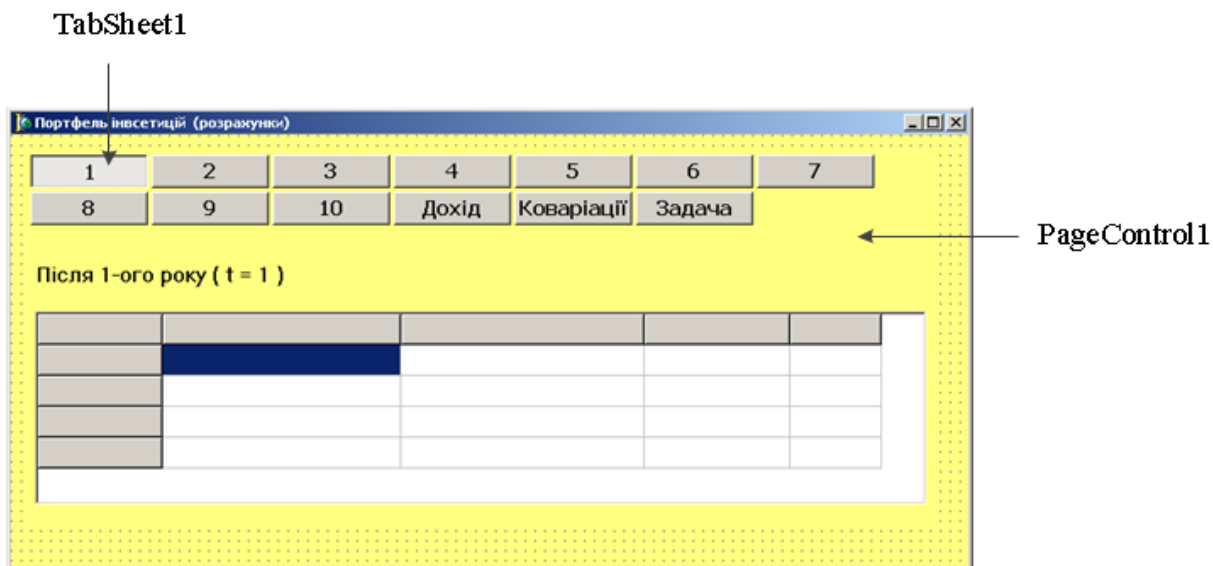


Рисунок 3.18 – Друга форма (перша вкладка)

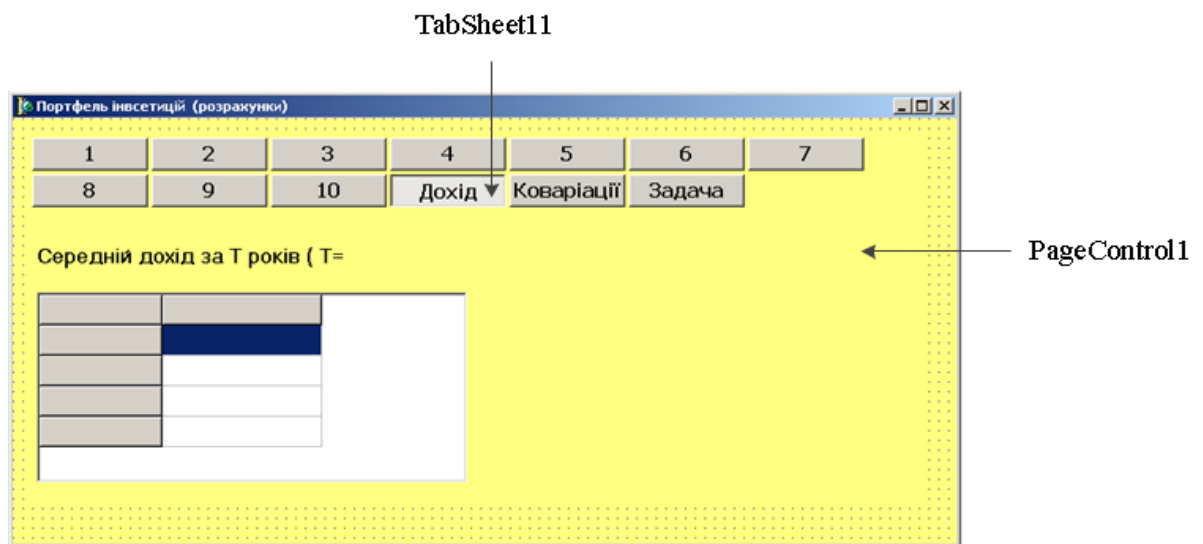


Рисунок 3.19 – Друга форма (вкладка «Дохід»)

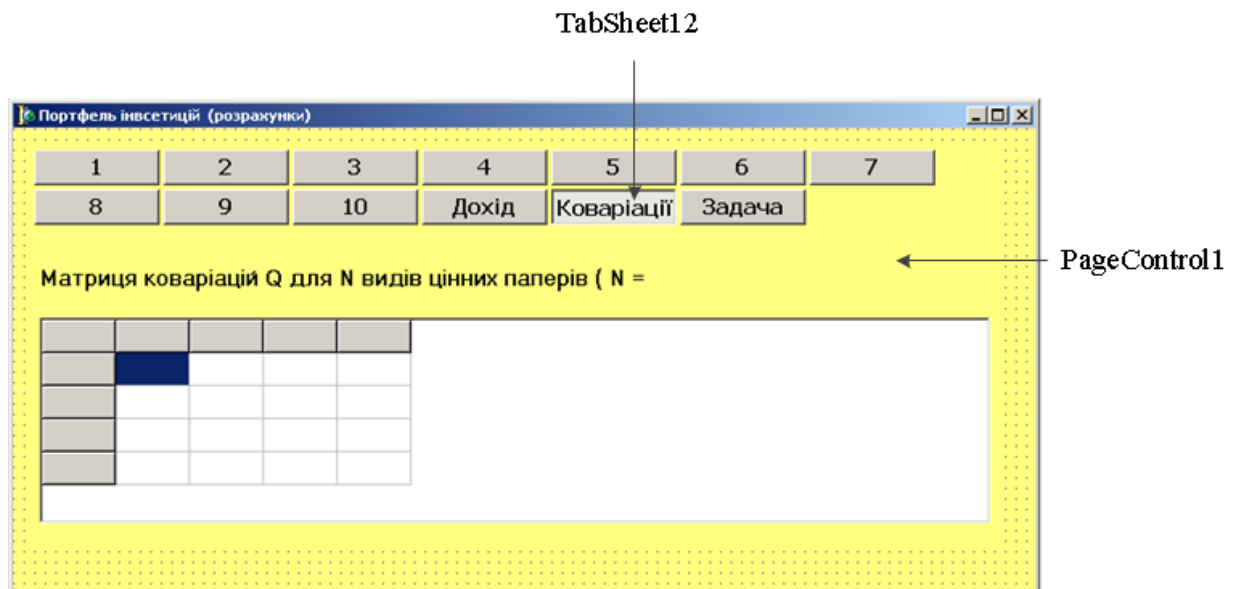


Рисунок 3.20 – Друга форма (вкладка «Коваріації»)

Наступні дві вкладки містять розрахований середній дохід  $\mu_j$  (рис. 3.7, 3.19) та матрицю коваріацій (рис. 3.8, 3.20) (дані цих вкладок є елементами оптимізаційної моделі).

Остання вкладка (рис. 3.9, 3.21) виводить наближений розв'язок задачі.

Кнопка «Назад» (рис. 3.9, 3.21) на останній вкладці здійснює перехід до головного вікна (рис. 3.1, 3.2), а кнопка «Вихід» завершує роботу з програмою.

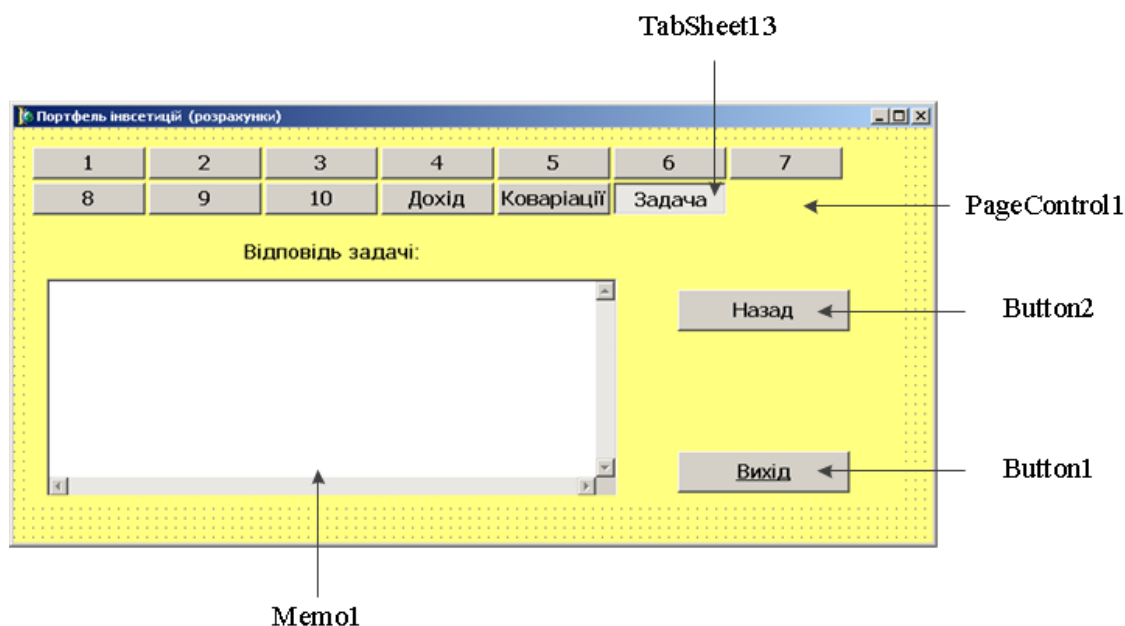


Рисунок 3.21 – Друга форма (вкладка «Задача»)

Програма має обмеження на кількість років – не більше 10.

У випадку порушення цієї умови виводиться відповідне повідомлення (рис. 3.17) і пропонується ввести коректне  $T$ .

В програмі здійснена перевірка на коректність дій користувача.

Зокрема, в поля і до таблиці заборонено вводити символи. Перевіряється, щоб не було пустих або нульових значень в полях (рис. 3.18-3.21), не було пустих клітинок в таблиці (рис. 3.22).

Якщо в програмі не було знайдено жодної допустимої відповіді, то видається відповідне повідомлення на екран (рис. 3.23) і у файл (рис. 3.24).

Розглянемо структуру програми. Першій формі програми відповідає модуль *Unit1*, другій формі – *Unit2*.

Для першої форми було створено ряд підпрограм, заголовки та призначення яких подано у таблиці 3.1.

Для другої форми було створено ряд підпрограм, заголовки та призначення яких подано у таблиці 3.2.

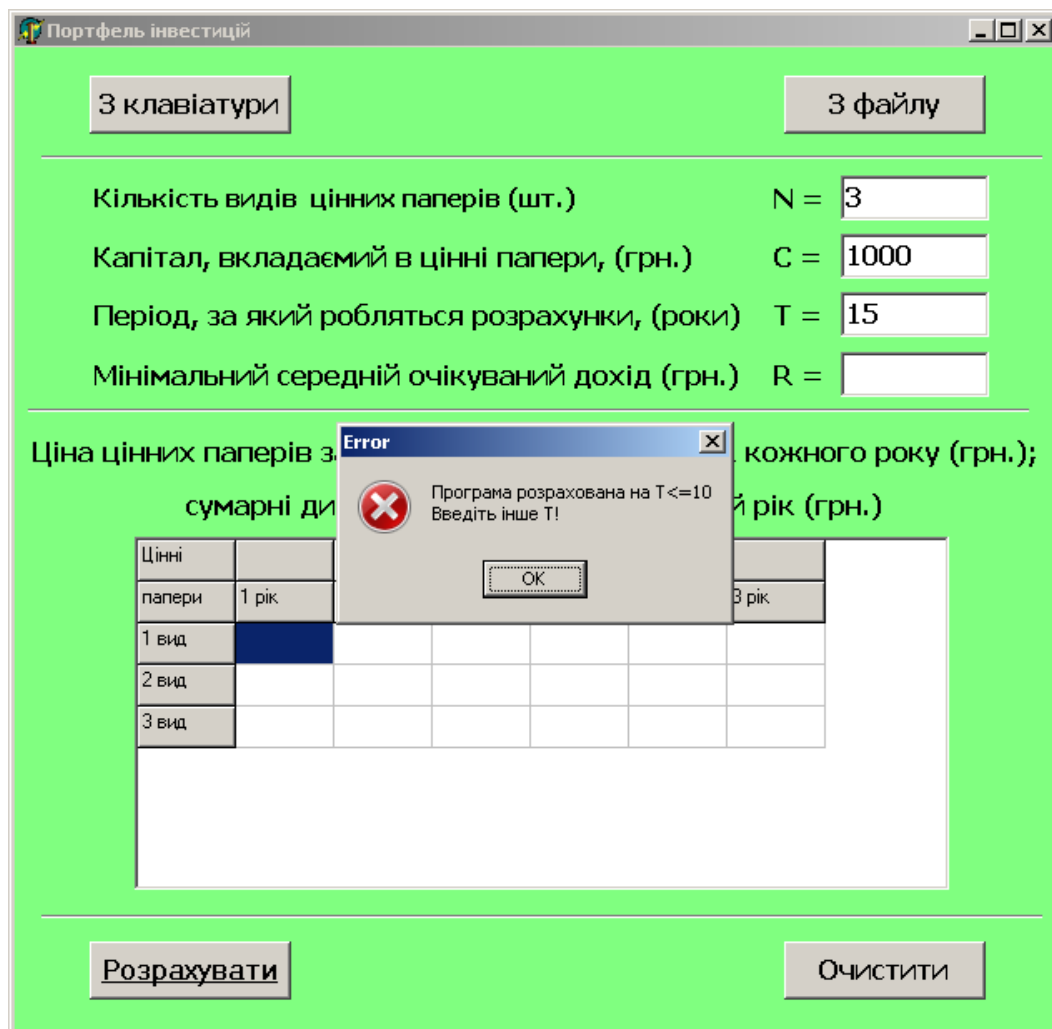


Рисунок 3.17 – Попередження про  $T$

Таблиця 3.1 – Підпрограми модуля *Unit1*

№	Заголовок підпрограми	Призначення
1	procedure FormCreate (Sender: TObject);	Запуск датчика випадкових чисел. Налаштування вигляду для шапки та боковика таблиці.
2	procedure Edit1KeyPress (Sender: TObject; var Key: Char);	Перевірка коректності введених даних для поля $N$ (кількості видів паперів).

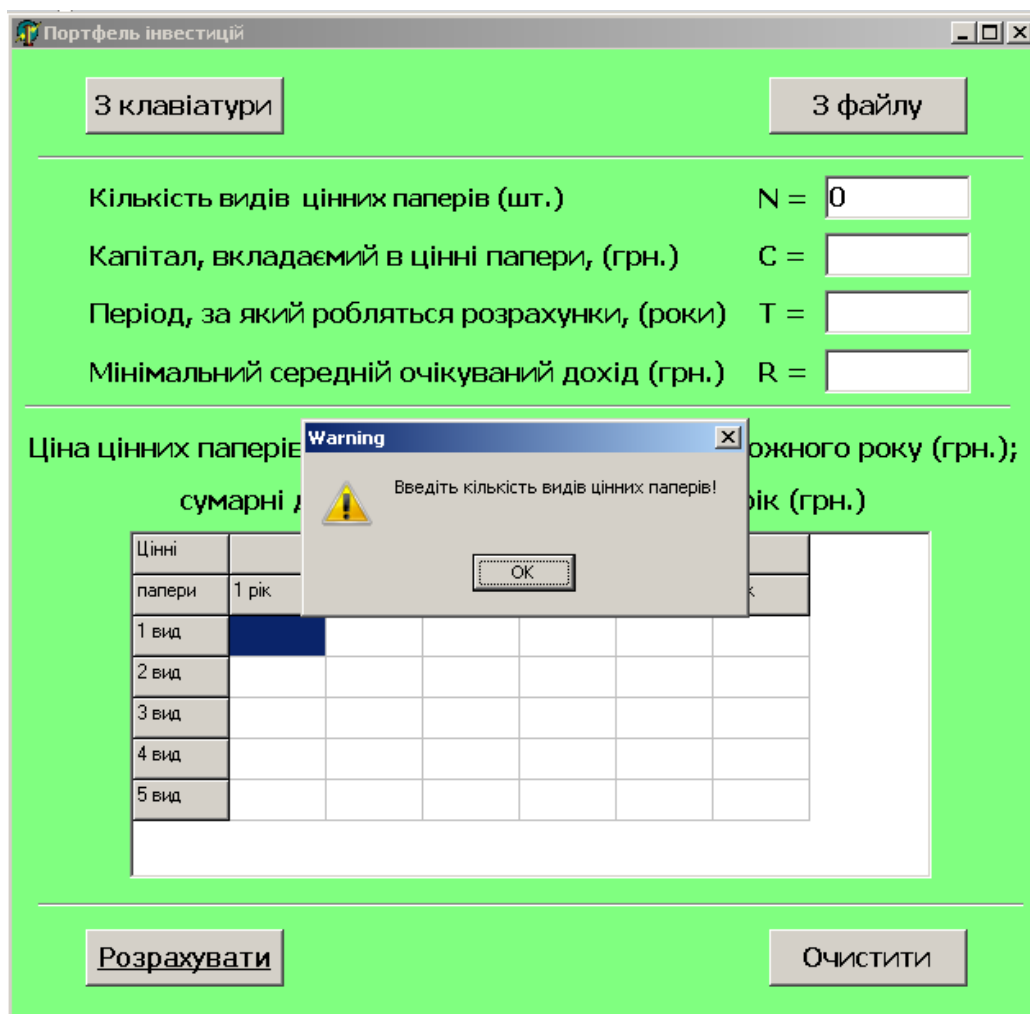


Рисунок 3.18 – Попередження про некоректне значення в полі  $N$

Продовження таблиці 3.1

№	Заголовок підпрограми	Призначення
3	procedure Edit2KeyPress (Sender: TObject; var Key: Char);	Перевірка коректності введених даних для поля $C$ (капіталу).
4	procedure Edit3KeyPress (Sender: TObject; var Key: Char);	Перевірка коректності введених даних для поля $T$ (періоду).
5	procedure Edit4KeyPress (Sender: TObject; var Key: Char);	Перевірка коректності введених даних для поля $R$ (мінімального середнього очікуваного доходу).

Портфель інвестицій

З клавіатури      З файлу

Кількість видів цінних паперів (шт.)       $N =$

Капітал, вкладаємий в цінні папери, (грн.)       $C =$

Період, за який робляться розрахунки, (роки)       $T =$

Мінімальний середній очікуваний дохід (грн.)       $R =$

Ціна цінних паперів за останній рік (грн.);  
сумарні дивіденди кожного року (грн.)

Цінні папери	1 рік	2 рік	3 рік
1 вид			
2 вид			
3 вид			

Warning  
Введіть капітал!  
OK

Розрахувати      Очистити

Рисунок 3.19 – Попередження про некоректне значення в полі  $C$

Продовження таблиці 3.1

№	Заголовок підпрограми	Призначення
6	procedure Edit1Change (Sender: TObject);	Перевірка коректності введених даних для поля $N$ (кількості видів цінних паперів).
7	procedure Edit2Change (Sender: TObject);	Перевірка коректності введених даних для поля $C$ (капіталу).
8	procedure Edit3Change (Sender: TObject);	Встановлення кількості стовпців у таблиці в залежності від $T$ .



Портфель інвестицій

З клавіатури      З файлу

Кількість видів цінних паперів (шт.)       $N =$

Капітал, вкладаємий в цінні папери, (грн.)       $C =$

Період, за який робляться розрахунки, (роки)       $T =$

Мінімальний середній очікуваний дохід (грн.)       $R =$

Ціна цінних паперів за с...      док кожного року (грн.);  
сумарні дивід...      ний рік (грн.)

Цінні папери	1 рік	2 рік	3 рік
1 вид			
2 вид			
3 вид			

Warning

Введіть кількість років!

OK

Розрахувати      Очистити

Рисунок 3.20 – Попередження про некоректне значення в полі  $T$

Продовження таблиці 3.1

№	Заголовок підпрограми	Призначення
9	procedure Edit4Change (Sender: TObject);	Перевірка коректності введених даних для поля $R$ (мінімального середнього очікуваного доходу).
10	procedure Edit1Exit (Sender: TObject);	Розблокування наступного в черзі поля вводу.
11	procedure Edit2Exit (Sender: TObject);	Розблокування наступного в черзі поля вводу.

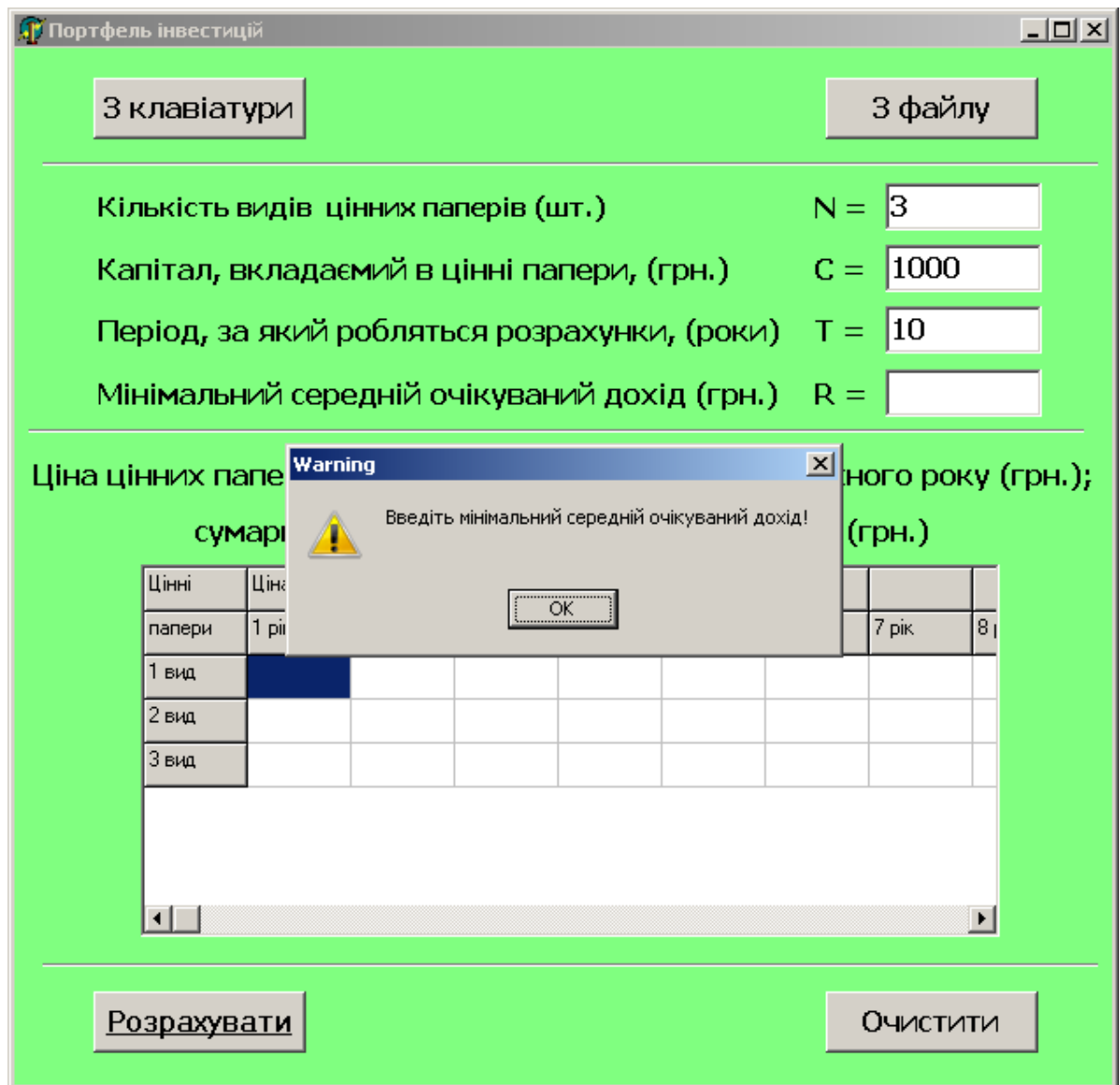


Рисунок 3.21 – Попередження про некоректне значення в полі  $R$

Продовження таблиці 3.1

№	Заголовок підпрограми	Призначення
12	procedure Edi3Exit (Sender: TObject);	Розблокування наступного в черзі поля вводу.
13	procedure Edit4Exit (Sender: TObject);	Розблокування таблиці.
14	procedure StringGrid1KeyPress (Sender: TObject; var Key: Char);	Перевірка коректності введених даних до таблиці

Портфель інвестицій

3 клавіатури      3 файлу

Кількість видів цінних паперів (шт.)       $N =$  3

Капітал, вкладаємий в цінні папери, (грн.)       $C =$  1000

Період, за який робляться розрахунки, (роки)       $T =$  3

Мінімальний середній очікуваний дохід (грн.)       $R =$  2500

Ціна цінних паперів за останні  $T$  років на початок кожного року (грн.);  
сумарні дивіденди, отримані за кожний рік (грн.)

Цінні папери	Ціна	Дивіденди				
	1 рік	2 рік	3 рік	1 рік	2 рік	3 рік
1 вид						
2 вид						
3 вид						

Warning

Введіть інформацію у всі клітинки таблиці!

OK

Розрахувати      Очистити

Рисунок 3.22 – Попередження про пусті клітинки в таблиці

Портфель інвестицій (розрахунки)

1    2    3    Дохід    Коваріації    Задача

Відповідь задачі:

Програма не згенерувала жодної точки з допустимої області.  
Запустіть програму ще раз.

Назад

Вихід

Рисунок 3.23 – Допустимого розв'язку не знайдено

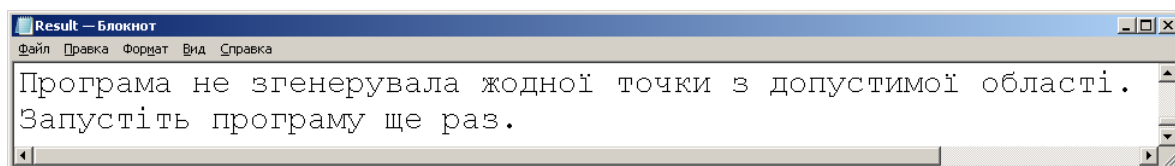


Рисунок 3.24 – Допустимого розв’язку не знайдено

Продовження таблиці 3.1

№	Заголовок підпрограми	Призначення
15	procedure Button1Click (Sender: TObject);	Відповідає клацанню по кнопці «Розрахувати». Пошук розв’язку задачі методом Монте-Карло.
16	procedure Button3Click (Sender: TObject);	Відповідає клацанню по кнопці «З файлу». Занесення початкові дані до форми з файлу «Given.txt».
17	procedure Button4Click (Sender: TObject);	Відповідає клацанню по кнопці «З клавіатури». Розблокування полів для вводу даних.
18	procedure Button5Click (Sender: TObject);	Відповідає клацанню по кнопці «Очистити». Очищення полів введення даних.
19	function f_0 (N:integer; x:TArray; Q:TMatrix):double;	Обчислення цільової функції

З метою передачі масивів у якості параметрів для підпрограм було створено нові типи даних: *TMatrix* та *TArray*.

type

TMatrix = array of array of double;

TArray = array of double;

В програмі була задана константа *iter* = 1 000 000.

Таблиця 3.2 – Підпрограми модуля *Unit2*

№	Заголовок підпрограми	Призначення
1	procedure Button1Click (Sender: TObject);	Відповідає клацанню по кнопці «Назад». Повернення до першої форми.
2	procedure Button2Click (Sender: TObject);	Відповідає клацанню по кнопці «Вихід». Закриття програми.
3	procedure FormClose (Sender: TObject; var Action: TCloseAction);	Закриття програми.

Вона відповідає за кількість ітерацій в методі Монте-Карло, тобто скільки разів буде генеруватися випадкова точка.

Повний код програми розміщено у додатках.

### 3.3. Тестування програми

Перевіримо правильність роботи програми.

Приклад № 1

В п. 2.3. було взято одну задачу та в MS Excel прораховано всі параметри для побудови оптимізаційної моделі.

В MS Excel було знайдено розв'язок задачі для цілочислових та не цілочислових змінних.

В п. 3.1. цю ж задачу було розв'язано програмою з використанням методу Монте-Карло.

Як видно з рис. 2.2, 3.4-3.8, параметри оптимізаційної моделі збіглися, що говорить про вірність розрахунків.

Порівнюючи відповідь задачі, знайдену надбудовою «Пошук розв'язку» в MS Excel (рис. 2.3, 2.11) та обчислену наближено програмою

(рис. 3.9), бачимо (табл. 3.3), що наближене значення цільової функції, обчислене програмою, наближається до значень, наданих MS Excel.

Таблиця 3.3 – Порівняння розв’язків прикладу № 1

№	Пакет, програма	Значення змінних			Значення цільової функції
1	MS Excel, не цілочислові змінні	$x_1 \approx 149,7$	$x_2 \approx 971,5$	$x_3 \approx 908,8$	$F \approx 740\,550,15$
2	MS Excel, цілочислові змінні	$x_1 = 150$	$x_2 = 943$	$x_3 = 907$	$F \approx 740\,746,52$
3	Програма	$x_1 = 127$	$x_2 = 973$	$x_3 = 891$	$F \approx 764\,082,77$

#### Приклад № 2

Візьмемо інший приклад (рис.3.25).

Розв’яжемо задачу, використовуючи пакет MS Excel, з цілочисловими (рис. 3.25-3.26) та не цілочисловими змінними (рис. 3.25, 3.27).

Розв’яжемо задачу, використовуючи програму (рис. 3.28-3.39). Отримали наближений розв’язок (рис. 3.28-3.35).

Як видно з рис. 3.25, 3.30-3.34, параметри оптимізаційної моделі збіглися, що говорить про вірність розрахунків.

Запустимо програму ще раз при цих вхідних даних. Отримали інший наближений розв’язок (рис. 3.41-3.42).

Порівняємо відповіді задачі, знайдені надбудовою «Пошук розв’язку» в MS Excel (рис. 3.26, 3.27) та обчислені наближено програмою (рис. 3.35, 3.40).

З табл. 3.4 видно, що наближене значення цільової функції, обчислене програмою, наближається до значень, наданих MS Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		T=3	кількість років							
2										
3		Назва компанії	Ціна акції				Дивіденди за акцію			
4	(станом на перше січня)									
5			2016	2017	2018	2019	2016	2017	2018	
6		Компанія 1	170	107	176	176	116	70	77	
7		Компанія 2	40	179	199	169	46	72	163	
8		Компанія 3	151	177	136	104	108	138	25	
9										
10										
11			t=1	t=2	t=3	мю	$r_j(t) = \frac{p_j(t+1) - p_j(t) + d_j(t)}{p_j(t)}$			
12		r1(t)	0,31	1,30	0,44	0,68				
13		r2(t)	4,63	0,51	0,67	1,94	$\mu_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_j(t)$			
14		r3(t)	0,89	0,55	-0,05	0,46				
15										
16										
17		сігма	1	2	3		$\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_i(t) - \mu_i)(r_j(t) - \mu_j)$			
18		1	0,19	-0,52	0,01					
19		2	-0,52	3,62	0,56					
20		3	0,01	0,56	0,15					

Рисунок 3.25 – Розв’язування в пакеті Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
23		Математична модель	C=	1418			R=	2700						
24		x1=	35,85											
25		x2=	1382											
26		x3=	0											
27														
28		Цільова функція												
29		6 863 936,95		$0,13x_1^2 - 0,28x_1x_2 + 0,18x_1x_3 - 0,28x_2x_1 + 0,75x_2^2 - 0,2x_2x_3 + 0,18x_3x_1 - 0,2x_3x_2 + 0,55x_3^2$										→ min
30														
31		Обмеження												
32		1418	<=	1418	$x_1 + x_2 + x_3 \leq 2\,000$									
33		2700,000009	>=	2700	$0,65x_1 + 0,22x_2 + 0,91x_3 \geq 10\,000$									
34					$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0$									

Рисунок 3.26 – Розв’язування в пакеті Excel (продовження рис. 3.23)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
23		Математична модель		C=	1418		R=	2700						
24		x1=	35											
25		x2=	1383											
26		x3=	0											
27														
28		Цільова функція												
29		6 873 637,85			$0,13x_1^2 - 0,28x_1x_2 + 0,18x_1x_3 - 0,28x_2x_1 + 0,75x_2^2 - 0,2x_2x_3 + 0,18x_3x_1 - 0,2x_3x_2 + 0,55x_3^2$									$\rightarrow \min$
30														
31		Обмеження												
32		1418	<=	1418	$x_1 + x_2 + x_3 \leq 2\,000$									
33		2701,06626	>=	2700	$0,65x_1 + 0,22x_2 + 0,91x_3 \geq 10\,000$									
34					$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0$									
35					$x_1, x_2, x_3 - \text{цілі}$									
36														

Рисунок 3.27 – Розв’язування в пакеті Excel при цілочислових змінних (продовження рис. 3.23)

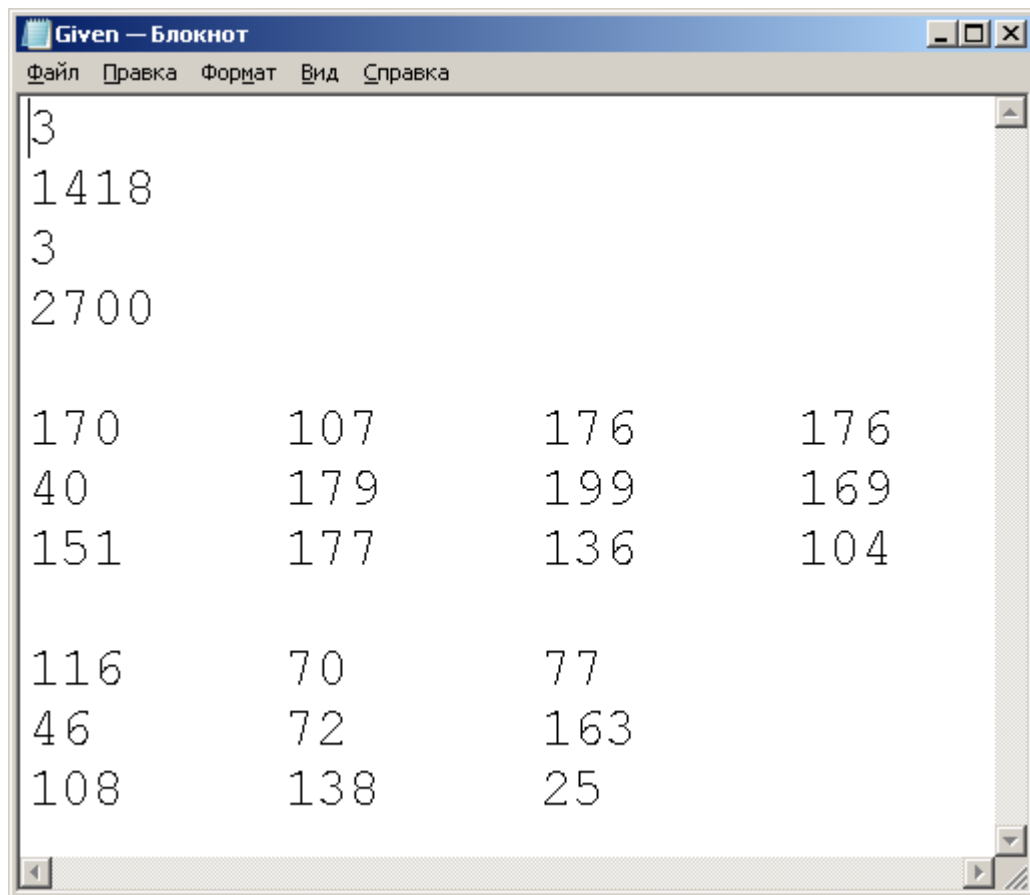


Рисунок 3.28 – Текстовий файл з даними



Портфель інвестицій

З клавіатури      З файлу

Кількість видів цінних паперів (шт.)       $N =$

Капітал, вкладаємий в цінні папери, (грн.)       $C =$

Період, за який робляться розрахунки, (роки)       $T =$

Мінімальний середній очікуваний дохід (грн.)       $R =$

Ціна цінних паперів за останні  $T$  років на початок кожного року (грн.);  
сумарні дивіденди, отримані за кожний рік (грн.)

Цінні папери	Ціна				Дивіденди		
	1 рік	2 рік	3 рік	4 рік	1 рік	2 рік	3 рік
1 вид	170	107	176	176	116	70	77
2 вид	40	179	199	169	46	72	163
3 вид	151	177	136	104	108	138	25

Розрахувати      Очистити

Рисунок 3.29 – Головне вікно програми з даними прикладу № 2

Портфель інсвєтицій (розрахунки)

1    2    3    Дохід    Коваріації    Задача

Після 1-ого року (  $t = 1$  )

Цінні папери	Ціна на початок року $p(t)$	Ціна на кінець року $p(t+1)$	Дивіденди $d(t)$	Дохід $r(t)$
1 вид	170	107	116	0,31
2 вид	40	179	46	4,63
3 вид	151	177	108	0,89

Рисунок 3.30 – Загальний дохід за перший рік

Портфель інвестицій (розрахунки)

1 2 3 Дохід Коваріації Задача

Після 2-ого року (  $t = 2$  )

Цінні папери	Ціна на початок року $p(t)$	Ціна на кінець року $p(t+1)$	Дивіденди $d(t)$	Дохід $r(t)$
1 вид	107	176	70	1,30
2 вид	179	199	72	0,51
3 вид	177	136	138	0,55

Рисунок 3.31 – Загальний дохід за другий рік

Портфель інвестицій (розрахунки)

1 2 3 Дохід Коваріації Задача

Після 3-ого року (  $t = 3$  )

Цінні папери	Ціна на початок року $p(t)$	Ціна на кінець року $p(t+1)$	Дивіденди $d(t)$	Дохід $r(t)$
1 вид	176	176	77	0,44
2 вид	199	169	163	0,67
3 вид	136	104	25	-0,05

Рисунок 3.32 – Загальний дохід за третій рік

Портфель інвестицій (розрахунки)

1 2 3 Дохід Коваріації Задача

Середній дохід за  $T$  років (  $T = 3$  )

Цінні папери	Середній дохід
1 вид	0,68
2 вид	1,94
3 вид	0,46

Рисунок 3.33 – Середній дохід від цінних паперів за три роки

Портфель інвестицій (розрахунки)

1 2 3 Дохід Коваріації Задача

Матриця коваріацій Q для N видів цінних паперів ( N = 3 )

	1 вид	2 вид	3 вид
1 вид	0,19	-0,52	0,01
2 вид	-0,52	3,62	0,56
3 вид	0,01	0,56	0,15

Рисунок 3.34 – Матриця коваріацій

Портфель інвестицій (розрахунки)

1 2 3 Дохід Коваріації Задача

Відповідь задачі:

x1 = 28  
x2 = 1 387  
x3 = 3  
Цільова функція = 6 928 275,72000  
Отже,  
в акції Компанії 1 слід вкласти 28 грн.  
в акції Компанії 2 слід вкласти 1 387 грн.  
в акції Компанії 3 слід вкласти 3 грн.

Назад

Вихід

Рисунок 3.35 – Розв'язок задачі

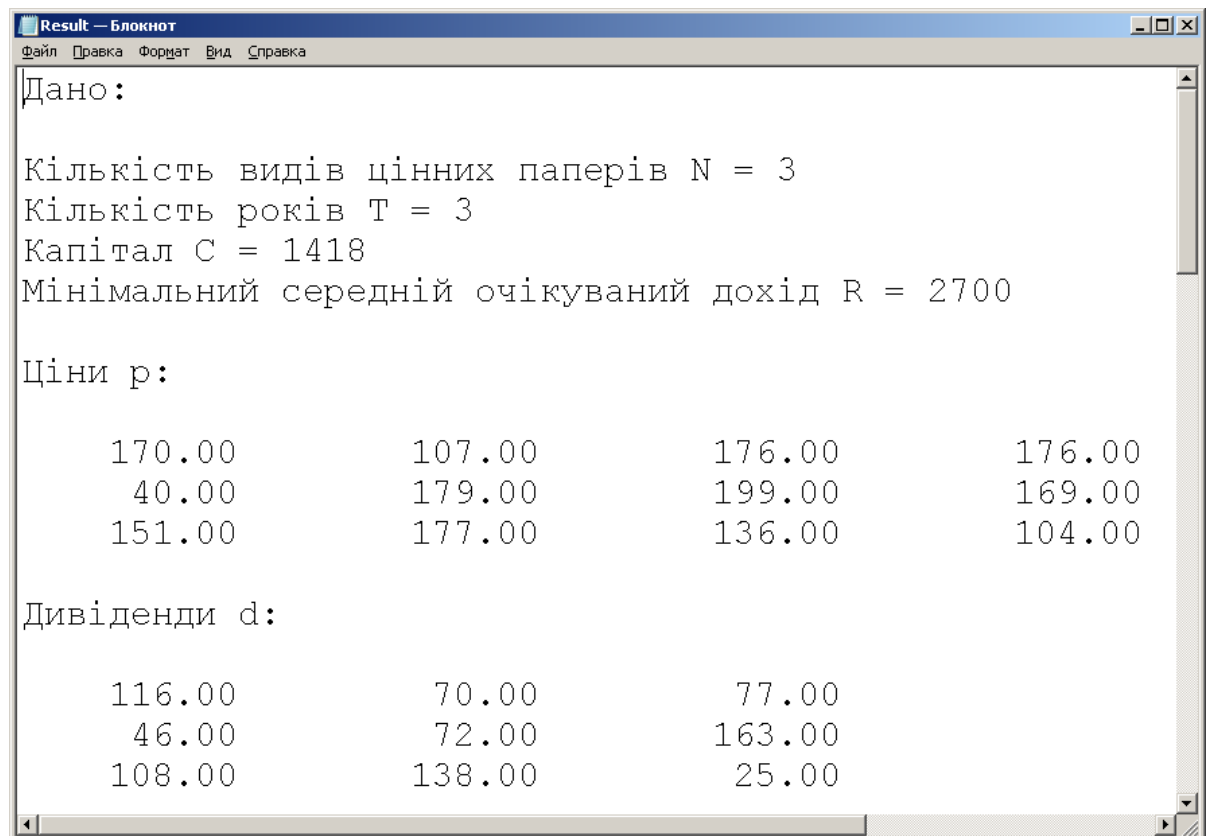


Рисунок 3.36– Файл з ходом розв’язуванням задачі

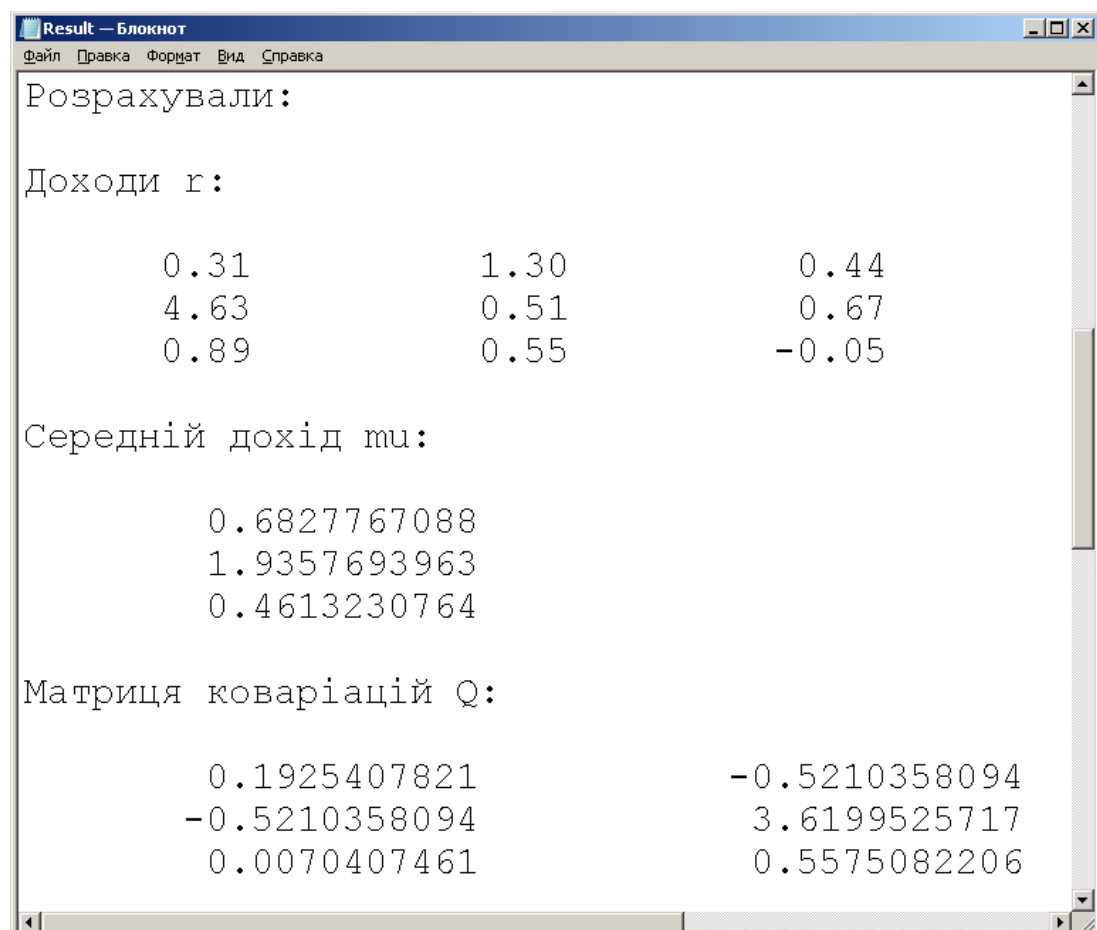


Рисунок 3.37 – Файл з ходом розв'язуванням задачі

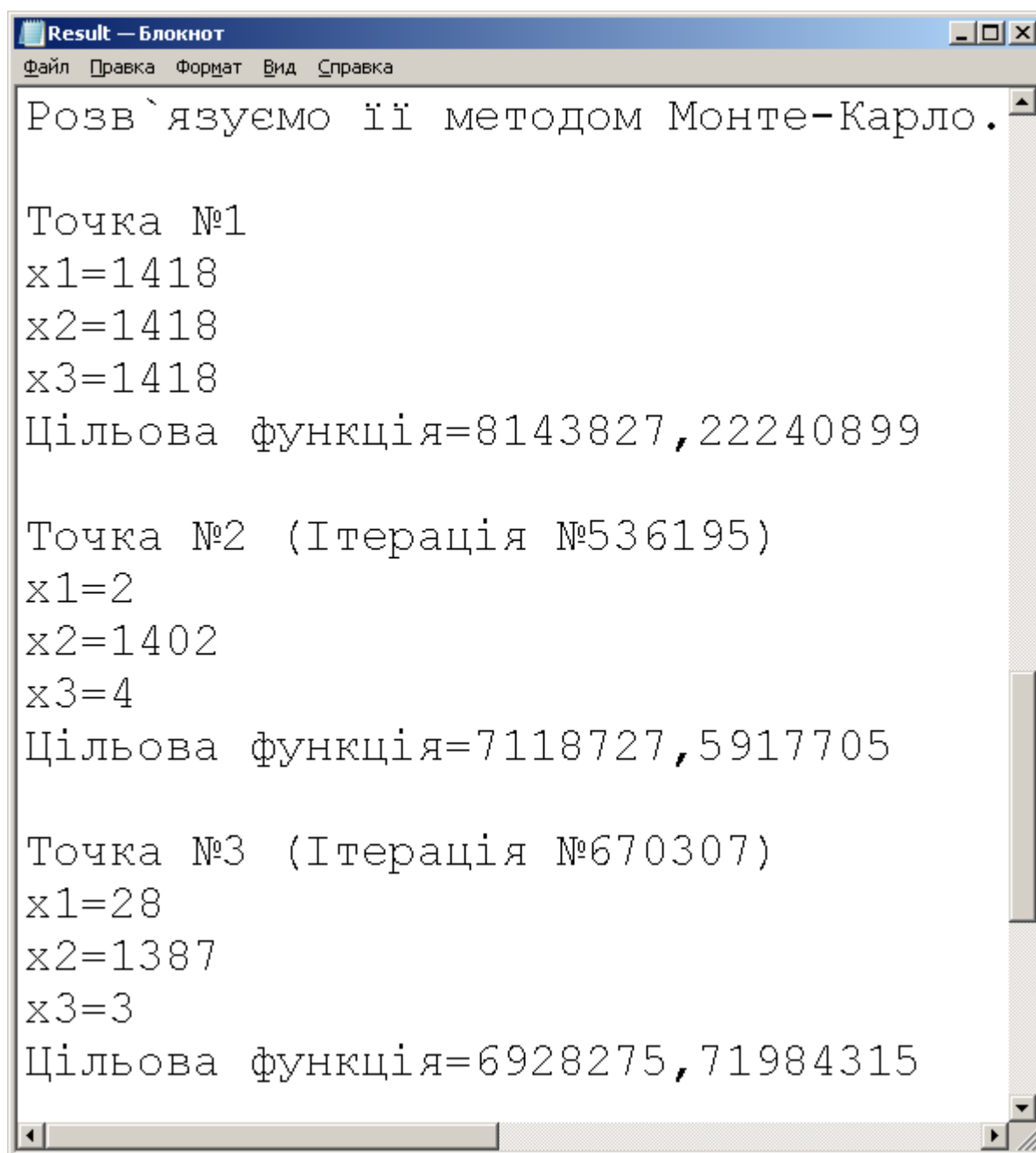


Рисунок 3.38 – Файл з ходом розв'язуванням задачі

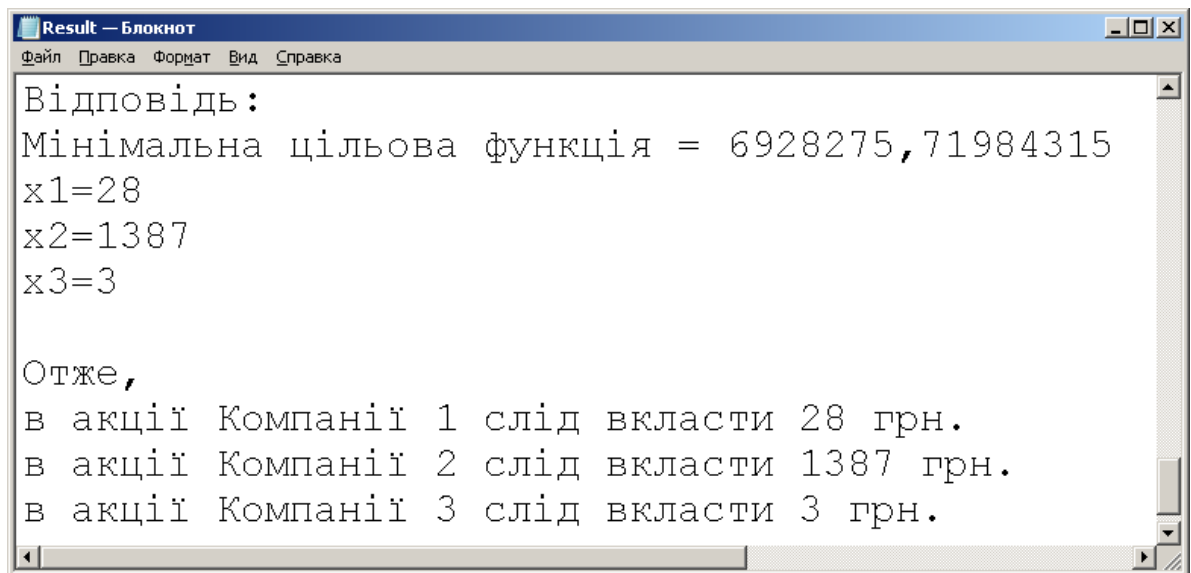


Рисунок 3.39 – Файл з ходом розв'язуванням задачі

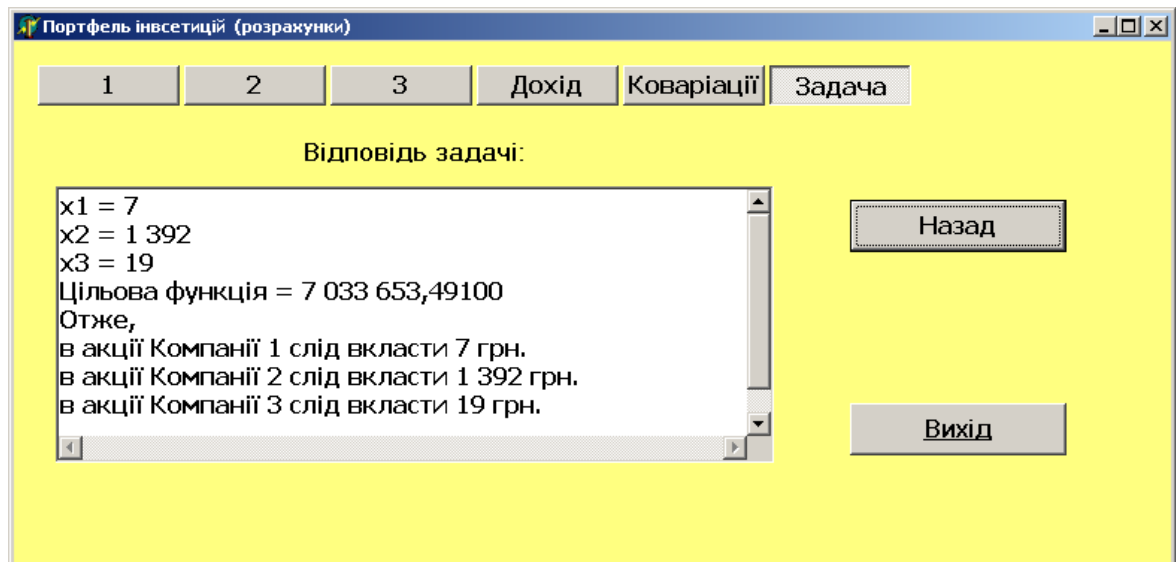


Рисунок 3.40 – Розв'язок задачі

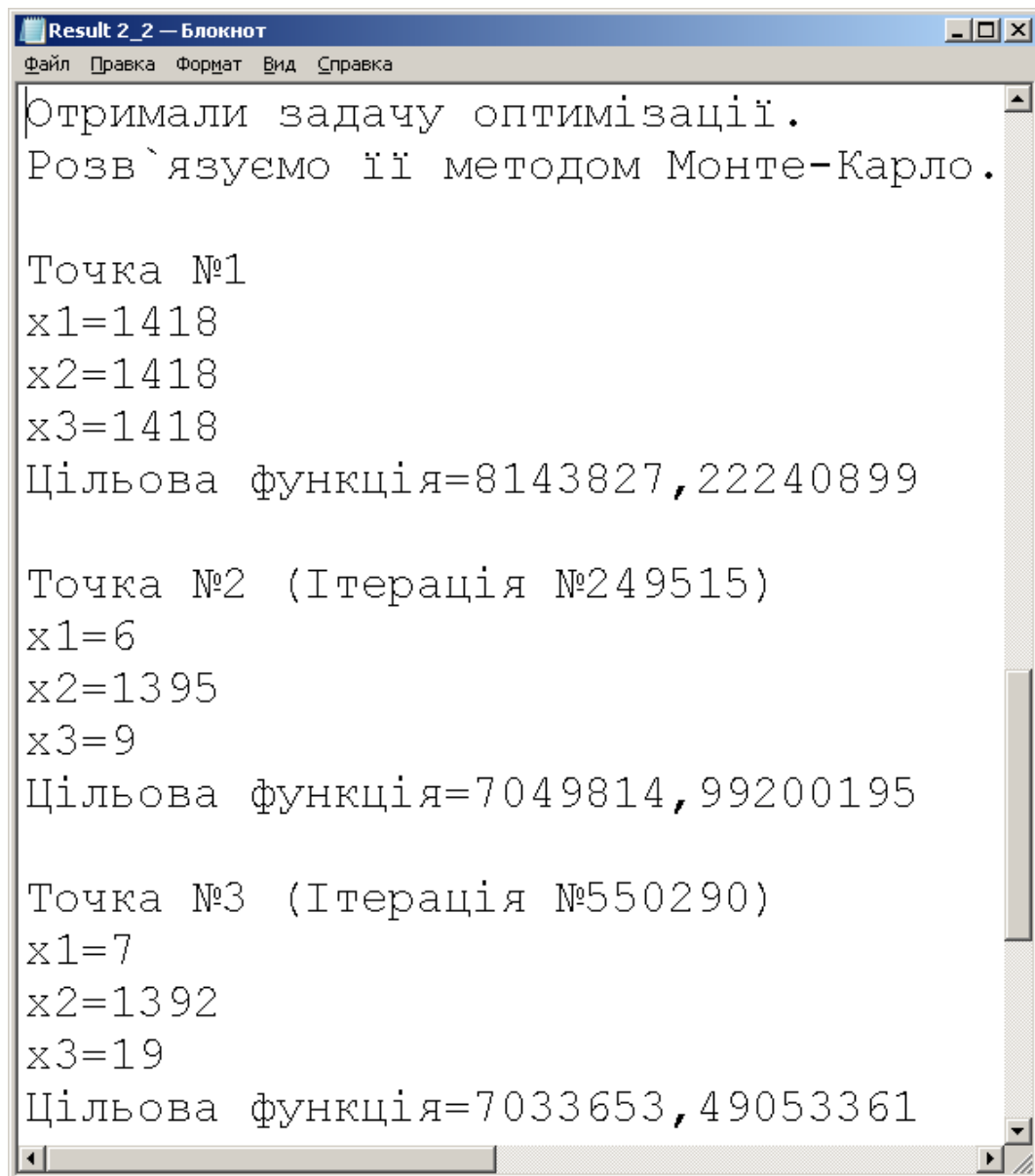


Рисунок 3.41 – Файл з ходом розв'язуванням задачі

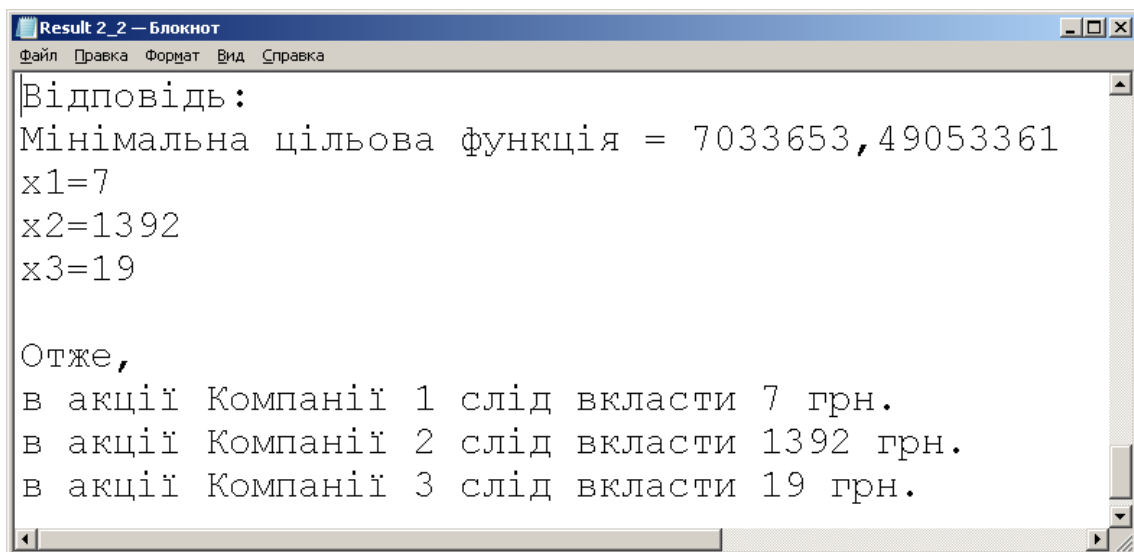


Рисунок 3.42 – Файл з ходом розв'язуванням задачі

Таблиця 3.4 – Порівняння розв’язків прикладу № 2

№	Пакет, програма	Значення змінних			Значення цільової функції
1	MS Excel, не цілочислові змінні	$x_1 \approx 35,85$	$x_2 \approx 1382$	$x_3 \approx 0$	$F \approx 6\,863\,936,95$
2	MS Excel, цілочислові змінні	$x_1 = 35$	$x_2 = 1383$	$x_3 = 0$	$F \approx 6\,873\,637,55$
3	Програма (перший запуск)	$x_1 = 28$	$x_2 = 1387$	$x_3 = 3$	$F \approx 6\,928\,275,72$
4	Програма (другий запуск)	$x_1 = 7$	$x_2 = 1392$	$x_3 = 19$	$F \approx 7\,033\,653,49$



### **Висновки до розділу 3**

В розділі описано створений програмний продукт для розв'язування задачі знаходження середнього очікуваного доходу при мінімальному ризику методом Монте-Карло.

Проілюстровано роботу програми на прикладах, прорахованих в пакеті MS Excel.

Програма перевірена та протестована.

З тестування видно, що програма працює вірно, та що наближені відповіді, обчислені програмою, наближаються до відповідей з пакету MS Excel.

Тестування показало, що метод Монте-Карло працює достатньо швидко.

## ВИСНОВКИ

У даній роботі було розглянуто основні питання, які виникають з пізнанням теми «інвестиційного портфелю». Для ефективності інвестицій потрібно розуміти, які ризики можуть виникати на етапі інвестування та як їх можна мінімізувати. Фундаментально важливо розуміти як саме формується інвестиційний портфель та мета його формування. Крім теоретичного розуміння інвестування, формулювання портфелю потрібно перевірити безліч чинників, які безпосередньо впливають на ефективність сформульованого портфелю.

Управління інвестиційним портфелем завжди супроводжується невизначеністю, якої, на жаль, неможливо повністю позбутися.

Для будь-якого заданого набору інвестиційних інструментів існує унікальний ефективний портфель, що відповідає заданому рівню волатильності. За допомогою комп'ютерних програм на основі складних методів нелінійного програмування можна математично розрахувати розподіл активів, що відповідають кожному портфелю з граничною ефективністю.

У даній роботі наведено приклади як можна мінімізувати ризики та підрахувати наближену до дійсної сумму, яку буде доцільно інвестувати.

В другому розділі виконано огляд задач вибору портфеля інвестицій та їх моделей.

Викладено метод Монте-Карло для розв'язування задачі про портфель інвестицій. Цей метод алгоритмізовано та висвітлено у вигляді блок-схеми.

Метод Монте-Карло дає наближений розв'язок.

Перевагою його використання є те, що метод простий в реалізації; швидко знаходить розв'язок задачі; отриманий наближений розв'язок достатньо близький до точного.

Проілюстрована побудова моделі задачі на одному прикладі та здійснено розв'язування задачі за допомогою пакету Excel.

Розв'язок в Excel знаходився для двох модифікації моделі, виходячи з припущень: (перша модель) змінні – додатні числа; (друга модель) змінні – додатні та цілі числа.

В третьому розділі описано створений програмний продукт для розв'язування задачі знаходження середнього очікуваного доходу при мінімальному ризику методом Монте-Карло.

Проілюстровано роботу програми на прикладах, прорахованих в пакеті MS Excel.

Програма перевірена та протестована.

З тестування видно, що програма працює вірно, та що наближені відповіді, обчислені програмою, наближаються до відповідей з пакету MS Excel.

Тестування показало, що метод Монте-Карло працює достатньо швидко.

Без сумніву, процес інвестування не можна повністю проаналізувати і забезпечити собі максимально вірні рішення. Завжди є ризики, які не можливо передбачити навіть за допомогою формул та програм.

Але розуміння теорії, вправність і навички у використанні відомих методів та програм для мінімізації ризиків та підрахунку можливих результатів дає підприємству, яке формулює портфель можливості грамотно та звішувати свої рішення та отримувати доходи від своєї інвестиційної діяльності.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Реклейтис Г. Оптимизация в технике: В 2-х кн. / Г. Реклейтис, А. Рейвиндран, К. Рэгсдел. – Кн. 2. – М.: Мир, 1986. – 320 с.
2. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И. Л. Акулич. – М.: Высш. шк., 1986. – 319 с.
3. Таха Х. А. Введение в исследование операций / Х. А. Таха. – М.: «Вильямс», 2001. – 912 с.
4. Зайченко О. Ю. Дослідження операцій / О. Ю. Зайченко, Ю. П. Зайченко. – К.: Слово, 2007. – 472 с.
5. Ермаков С. М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы / С. М. Ермаков. – М.: Наука, 1975. – 20 с.
6. Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло / И. М. Соболев. – М.: Наука, 1973. – 50 с.
7. Словники та енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://investments.academic.ua>
8. Стаття [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [www.nexus.ua/data/files/Articles/Investment/Diversification.pdf](http://www.nexus.ua/data/files/Articles/Investment/Diversification.pdf)
9. Інвестування: Навч. посіб. / В. М. Гриньова, В. О. Коюда, Т. І. Лепейко, О. П. Коюда / За заг. ред. В. М. Гриньової. – Х.: ВД «ІНЖЕК», 2003. – 320 с.
10. Підручник: Інвестиції [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://uchebnik.biz/book/660-investicii/12-osnovnye-principy-formirovaniya-investicionnogo-portfelya.html>
11. Інвестиційний менеджмент: Підручник / Гриньова В. М., Коюда В. О., Лепейко Т. І., Коюда О. П., Великий Ю. М. – Х.: ВД «ІНЖЕК», 2011. – 544 с.
12. Фінансовий ринок / С. М. ЕШ [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://pidruchniki.com/16030614/finansi/formuvannya\\_portfelya\\_tsinnih\\_papiriv](http://pidruchniki.com/16030614/finansi/formuvannya_portfelya_tsinnih_papiriv)

13. Корпоративне управління/І.А.Ігнат'єва, О.І. Гарафонов  
[Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http:// pidruchniki.com/  
1384081252441/ menedzhment/vidi\\_vartosti\\_aktsiy](http://pidruchniki.com/1384081252441/menedzhment/vidi_vartosti_aktsiy)

14. Стаття [Електронний ресурс]. – Режим доступу:[http://you-and-  
money.at.ua/publ/investicii/formirovanie\\_portfelja\\_cennykh\\_bumag/4-1-0-45](http://you-and-money.at.ua/publ/investicii/formirovanie_portfelja_cennykh_bumag/4-1-0-45)